

Exercice 1 : (10 points)

Sur la figure suivantes, on a représenté les courbes ζ_f et ζ_g représentent les fonctions numériques f et g définies sur \mathbb{R} par : $f(x) = x^2$ et $g(x) = 2 - x$.

1) Déterminer graphiquement les coordonnées des points d'intersection de deux courbes.

2) Résoudre graphiquement

a) $f(x) = 1$

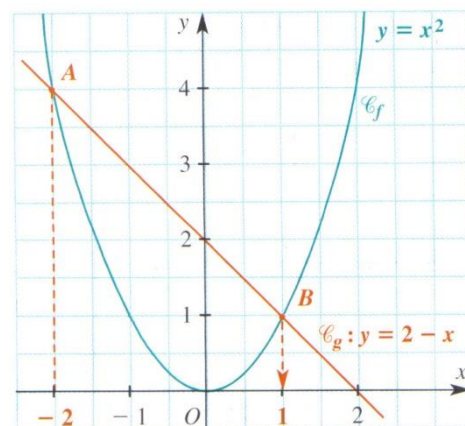
b) $f(x) \leq g(x)$.

3) On considère la fonction h définie sur \mathbb{R} par : $h(x) = f(x) - g(x)$.

a) Vérifier que $h(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$

b) Montrer que h est décroissante sur $\left]-\infty, -\frac{1}{2}\right]$ et croissante sur

$\left[-\frac{1}{2}, +\infty\right[$ puis dresser le tableau de variation de h .



4) On considère la fonction φ telle que $\varphi(x) = \frac{x^2}{2 - |x|}$

a) Déterminer l'ensemble de définition de φ .

b) Montrer que φ est une fonction paire.

Exercice 2 : (10 points)

Une entreprise fabrique un type de bibelots à l'aide d'un moule. Le coût de production d'une quantité q de bibelots est donné, en dinars, par : $C(q) = 0,002q^2 + 2q + 4000$.

4 000 D représentent les coûts fixes (dépenses pour l'achat matériel, l'installation et autres frais), le coefficient 2 représente le prix de la matière première pour un bibelot (alliage, peinture ...) et $0,002q^2$ représente les coûts de main-d'œuvre, stockage, frais d'approvisionnement en matière...

1) Vérifier que $C(q) = 0,002(q+500)^2 + 3500$

2) Déterminer les variations de la fonction coût total C sur, $[0 ; +\infty[$.

3) Représenter cette fonction sur $[0 ; 4500]$ dans un repère orthogonal .1 cm = 500 unités en abscisse ; 1 cm = 4 000 en ordonnée.

4) On suppose que toute la production, quelle que soit quantité, est vendue au prix de 11 D le bibelot.

a) Exprimer la recette $R(q)$ en fonction de la quantité q .

b) Représenter la recette sur le graphique précédent.

5) Soit la fonction $B(q) = -0,002q^2 + 9q - 4000$.

a) Vérifier que $B(q) = -0,002(q-2250)^2 + 6125$

b) Déterminer les variations de la fonction sur chacun des intervalle $[0 ; 2250]$ et $[2250 ; +\infty[$

c) En déduire la quantité de bibelots à fabriquer (et à vendre) afin que le bénéfice réalisé par cette entreprise soit maximal.

d) Déterminer les quantités que doit produire cette entreprise pour que le bénéfice soit positif ou nul.