Mathématiques aux élèves
Site web : http://www.matheleve.com/
Email :contact @matheleve.com

Notions de polynômes

Cour	2 ème Sc et Inf

I)Fonction polynôme :

1) Définition:

Toute fonction du type: $f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \ldots\ldots\ldots\ldots + a_2x^2 + a_1x + a_0$
avec: a_n ; a_{n-1} ; a_{n-2} ;.....; a_2 ; a_1 ; a_0 réels quelconques fixés ($a_n \neq 0$) est une fonction polynôme de degré n (on dit aussi un polynôme de degré n et on note : $d^o(f) = n$)

2) Exemples:

Le polynôme $P(x) = 3x^2 - \frac{2}{3}x + 1$ est de degré 2

Le polynôme $Q(x) = -\frac{1}{3}x^5 - 5x$ est de degré 5

Le polynôme $R(x) = -2x + \sqrt{5}$ est de degré 1

Le polynôme $S(x) = \frac{3}{\sqrt{2}}$ est de degré 0

3)Exercice

Développer, réduire , ordonner les polynômes puis donner leurs degrés :

$P(x) = (x^2 + x + 1)^2 + x^5$; $Q(x) = (-x^2 - 2x - 3)^2 - x^4$; $R(x) = (-2x^2 + x - 3)^2$

$T(x) = (3x - 5)^4$; $S(x) = (-2x + 3)^4$

II) Factorisation d'un polynôme

*On dit que α est une racine d'un polynôme P si $P(\alpha)=0$

**Si α est une racine du polynôme $P(x)$
Alors il existe un polynôme $Q(x)$ tel que: $P(x) = (x - \alpha).Q(x)$
« Si $P(\alpha) = 0$, Alors on peut mettre $(x - \alpha)$ en facteur dans $P(x)$ et on dit que p factorisable par $(x - \alpha)$ »

*** On dit qu'un polynôme P et factorisable par un polynôme Q s'il existe un polynôme R tel que :
$P(x) = Q(x) \times R(x)$

III) Fonction rationnelle:

1) Définition:

Une fonction rationnelle est le quotient de deux fonctions polynômes

2) Exemple

$$Q(x) = \frac{x^2 + 1}{x^4 + x^2 + 1}$$

3) Exercice:

Déterminer le domaine de définition puis, écrire sous la forme du quotient de deux fonctions polynômes:

a) $f(x) = 1 - \frac{3}{x+1}$

b) $f(x) = 4 - \frac{1}{x} - \frac{3}{2-x}$

c) $f(x) = 2x - \frac{2}{3} + \frac{1}{x^2 + 1}$

d) $f_4(x) = x - \frac{x+3}{x^2 - x - 2} + \frac{2}{x}$