

Exercice 1 :

ABC est un triangle équilatéral direct et M est un point intérieur à ce triangle. L; K et H sont respectivement les projetés orthogonaux de M sur (AB); (BC) et (CA). Soit r la rotation directe de centre B et d'angle $\frac{\pi}{3}$ et $M' = r(M)$

- 1) Montrer que BMM' est un triangle équilatéral.
- 2) Soit L' le projeté orthogonal de M' sur (AB).
 - a) Déterminer en justifiant les images des droites (BC) et (KM) par r .
 - b) Montrer alors que $r(K) = L'$ puis en déduire que $ML' = MK$
- 3) Soit Δ la parallèle à (AB) menée par M'. Δ coupe (ML) en N.
 - a) Montrer que $MN = ML + MK$
 - b) Soit N' l'image de N par la rotation directe de centre M et d'angle $\frac{\pi}{3}$. Montrer que $r'(\Delta) = (BN')$.
 - c) Montrer que N' ; M et H sont alignés.
- 4) En déduire que $ML + MK + MH = HN'$

Exercice 2:

Soit ABC un triangle rectangle et isocèle en B. O le milieu de [AC] et r est la rotation directe de centre A

et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

- 1) Construire $D = r(B)$ et montrer que ABCD est un carré.
- 2) Déterminer $r((AB))$ et montrer $r((BC)) = (CD)$.
- 3) Construire $E = r(C)$ et montrer que D est le milieu de [CE].
- 4) Soit ζ le cercle circonscrit au carré ABCD.
 - a) Déterminer le centre I du cercle ζ ' image de ζ par r .
 - b) Déterminer $\zeta \cap \zeta'$ (expliquer).
- 5) Soit G le centre de gravité du triangle ABC et G' le barycentre des points pondérés (D ; 1) et (I ; 2).
 - a) Montrer que $r(G) = G'$.

La droite (AG) recoupe ζ en H et la droite (AG') recoupe ζ' en H' Montrer que le triangle AHH' est rectangle et isocèle

Exercice 3:

Soit ABC un triangle rectangle en A de sens direct tel que $\hat{A}BC = \frac{\pi}{6}$ et ζ le cercle circonscrit à ce triangle. La médiatrice Δ de [AC] coupe l'arc [BC] de ζ ne contenant pas A en un point I. On désigne par O le milieu de [BC] et par R la rotation indirecte de centre I et d'angle $\frac{\pi}{6}$.

- 1) Montrer que $R(A) = C$
- 2)
 - a) Construire le point C' image de C par R.
 - b) Montrer que (CC') est perpendiculaire à (BC)
 - c) En déduire que (BC) est l'image de (AB) par R.
- 3)
 - a) Placer le point B' image de B par R.
 - b) Montrer que les points I, C, C' et B' sont situés sur un même cercle ζ' que l'on précisera.

Exercice 4:

Soit $xOy = \frac{\pi}{4}$; A un point de [Ox) et B un point de [Oy) tel que $OA = OB$.

- 1) Soit A' le projeté orthogonal de A sur [Oy) et B' le projeté orthogonal de B sur [Ox)
 - a) Soit r la rotation direct de centre O et d'angle $\frac{\pi}{4}$. Montrer que $r([AB']) = [BA']$
 - b) Déterminer l'image de (OA) par r .
 - c) Soit (ζ) le cercle de centre O et passant par A et B, déterminer $r(\zeta)$.
- 2) Les deux droites (AA') et (BB') sont sécantes en I. Soit la rotation r' de centre I tel que $r'(A) = B$
 - a) Déterminer en radian l'angle de la rotation r'
 - b) Montrer que $r'(A') = B'$.