EXERCICE N° 1

Soit $(U_n)_{n\in IN}$ une suite arithmétique de raison r.

1. Calculer $\sum_{k=0}^{17} U_k$ sachant que $U_0 = 95$ et $U_{17} = 5$.
2. Calculer U_n et $\sum_{k=3}^{n} U_k$ sachant que $U_0 = -33$, n= 33 et r = 3.
3. Calculer U_1 et U_n sachant que r = 3, n = 33 et $\sum_{k=1}^{n} U_k = 0$.

EXERCICE N°2

Soit la suite (U_n) définie sur IN par $\begin{cases} U_0 = 6 \\ U_{n+1} = U_n + 2n + 1 \end{cases}$

On pose $V_n = U_{n+1} - U_n$

1. Quelle est la nature de la suite (V_n).
2. Calculer $\sum_{k=0}^{n-1} V_k$ en fonction de n.
3. En déduire U_n en fonction de n.

EXERCICE N°3

Soit (u_n) une suite <u>arithmétique</u> définie sur ℕ tel que : $u_5 = 13$ et $u_5 + u_6 + \ldots\ldots + u_{24} = 830$

1) Déterminer u_{24} puis la raison *r* de (u_n).

2) On prend $r = 3$

a – Exprimer u_n puis u_{3n} en fonction de *n*.

b – Déterminer *n* sachant que $u_n + u_{n+1} + \ldots\ldots + u_{3n} = 50$.

EXERCICE N°4

On considère la suite (U_n) définie par $\begin{cases} U_0 = 1 \ ; \ U_1 = 3 \\ U_{n+2} = \frac{1}{2}a^2 U_{n+1} + (a-3)U_n \ ; a \in IR \end{cases}$

Soit la suite $(V_n)_{n\in IN}$ définie par $V_n = U_{n+1} - U_n$

On pose a = 2.

1. Vérifier que la suite (V_n) est constante.
2. Déduire que (U_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme.
3. Exprimer en fonction de n, U_n et $S_n = \sum_{i=0}^{n} U_i$

EXERCICE N°5

On considère la suite (U_n) définie sur IN par $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \sqrt{{U_n}^2 + 2} \end{cases}$

1. Calculer U_1 et U_2 puis vérifier que (U_n) n'est pas une suite arithmétique.
2. On pose $V_n = U_n^2$
   a- Montrer que (Vn) est une suite arithmétique de raison 2.
   b- Exprimer Vn en fonction de n. En déduire Un en fonction de n.
   c- Calculer la somme S = $V_0 + V_1 + \dots\dots\dots\dots + V_{n-1}$ en fonction de n.
   d- En déduire en fonction de n le produit : P = $2^{V_0}\ 2^{V_1}\ 2^{V_2}\ \dots\dots\dots\dots\ 2^{V_{n-1}}$

EXERCICE N°6

Soit la suite U définie sur IN par $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = 2 - \dfrac{1}{U_n} \end{cases}$

1/ On admet que pour tout entier naturel n, on a : Un > 1
Montrer que $U_{n+1} - U_n$ est positif pour tout entier naturel n

2/ Soit V la suite définie sur IN par : $V_n = 3 + \dfrac{1}{U_n - 1}$

a) Montrer que V est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme
b) Exprimer V_n en fonction n et en déduire que $U_n = \dfrac{n+2}{n+1}$

EXERCICE N°7

On considère la suite (U_n) définie sur IN par : U_0=0 et $U_{n+1} = \dfrac{3}{\sqrt{6 - {U_n}^2}}$, $n \geq 0$

1) Calculer U_1 et U_2.

2) On admet que, pour tout entier naturel n, on a : $0 \leq U_n \leq \sqrt{3}$
Montrer que $U_{n+1} - U_n$ est positif pour tout entier naturel n

3) Soit (V_n) la suite définie sur IN par : $V_n = \dfrac{{U_n}^2}{3 - {U_n}^2}$

a) Montrer que (V_n) est une suite arithmétique de raison 1.
b) Exprimer V_n en fonction de n. En déduire U_n en fonction de n.
c) Trouver alors la limite de (U_n).
d) Calculer la somme $S = \sum_{k=1}^{50} v_k$