

## Suite Arithmétique et suite géométrique

### Exercice 1

Soit  $(U_n)$  une suite arithmétique définie sur  $\mathbb{N}$ , telle que  $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_2 = -3 \end{cases}$ .

- 1) a) Calculer la raison  $r$  de cette suite.  
b) Exprimer  $U_n$  en fonction de  $n$ .  
c) En déduire  $U_{101}$ .
- 2) Soit la somme  $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$  avec  $n \in \mathbb{N}$ .  
a) Exprimer  $S_n$  en fonction de  $n$ .  
b) Déterminer l'entier  $n$  pour lequel  $S_n = -80$

### Exercice 2

Soit  $(U_n)$  la suite définie sur  $\mathbb{N}$  par  $U_n = -3n + 4$ .

- 1) Calculer  $U_0$  ;  $U_1$  et  $U_2$ .
- 2) Montrer que  $(U_n)$  est une suite arithmétique.
- 3) Calculer  $S_n = U_1 + U_2 + \dots + U_n$  en fonction de  $n$ .
- 4) Déterminer l'entier  $n$  pour lequel  $U_n = -89$
- 5) Calculer  $S = 1 - 2 - 5 - 8 - \dots - 86 - 89$

### Exercice 3

Soit  $(U_n)$  la suite définie sur  $\mathbb{N}$  par 
$$\begin{cases} U_0 = -1 \\ U_{n+1} = U_n - 6 \end{cases}$$

- 1) Calculer  $U_1$  ;  $U_2$  et  $U_3$ .
- 2) Montrer que  $(U_n)$  est une suite arithmétique.
- 3) Exprimer  $U_n$  en fonction de  $n$ .
- 4) Soit  $n$  un entier naturel tel que  $n \geq 3$ .
  - a) Calculer  $S_n = U_3 + U_4 + \dots + U_n$  en fonction de  $n$ .
  - b) Existe-t-il une valeur de  $n$  telle que  $S_n = 0$ .

### Exercice 4

Soit  $(U_n)$  la suite définie sur  $\mathbb{N}$  par 
$$\begin{cases} U_0 = -1 \\ U_{n+1} = \frac{4}{4 - U_n} \end{cases}$$

- 1) a) Calculer  $U_1$  ;  $U_2$  et  $U_3$ .  
b) La suite  $(U_n)$  est-elle arithmétique.
- 2) Soit  $(V_n)$  la suite définie sur  $\mathbb{N}$  par  $V_n = \frac{1}{U_n - 2}$ 
  - a) Montrer que  $(V_n)$  est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme.
  - b) Exprimer  $V_n$  en fonction de  $n$ , En déduire  $U_n$  en fonction de  $n$ .
- 3) Calculer  $S = V_5 + V_6 + \dots + V_{20}$ .

### Exercice 1

1) Soit  $(U_n)$  une suite géométrique de raison  $(-2)$  et de premier terme

$$U_0 = \frac{1}{3}.$$

a) Calculer  $U_1$  ;  $U_2$  et  $U_3$ .

b) Déterminer l'entier  $n$  pour lequel  $U_n = -\frac{128}{3}$

c) Calculer  $S = \frac{1}{3} - \frac{2}{3} + \frac{4}{3} - \frac{8}{3} + \dots - \frac{128}{3}$ .

2) Calculer  $S' = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{59049}$ .

### Exercice 2

Soit  $(U_n)$  une suite géométrique définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $\begin{cases} U_1 = 6 \\ U_4 = 162 \end{cases}$

1) Déterminer la raison et le premier terme de la suite.

2) Soit  $S_n = U_2 + U_3 + U_4 + \dots + U_{n+1}$ .

Exprimer  $S_n$  en fonction de  $n$ .

### Exercice 3

Soit  $(U_n)$  une suite définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{U_n}{2+U_n} \end{cases}$

1) a) Calculer  $U_1$  ;  $U_2$  et  $U_3$ .

b) La suite  $(U_n)$  est-elle arithmétique, est-elle géométrique ?

2) Soit  $(V_n)$  la suite définie sur  $\mathbb{N}$  par  $V_n = \frac{U_n}{1+U_n}$

a) Montrer que  $(V_n)$  est une suite géométrique de raison  $\frac{1}{2}$ .

Préciser son premier terme.

b) Exprimer  $V_n$  en fonction de n, En déduire  $U_n$  en fonction de n.

3) a) Déterminer l'entier n pour lequel  $V_n = \frac{1}{4096}$

b) Calculer  $S = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{4096}$ .

#### Exercice 4

Soit  $(U_n)$  une suite définie sur  $\mathbb{N}$  par : 
$$\begin{cases} U_0 = -1 \\ U_{n+1} = 3U_n - 2 \end{cases}$$

1) a) Calculer  $U_1$  ;  $U_2$  et  $U_3$ .

b) La suite  $(U_n)$  est-elle arithmétique, est-elle géométrique ?

2) Soit  $(V_n)$  la suite définie sur  $\mathbb{N}$  par  $V_n = U_n - 1$

a) Montrer que  $V_{n+1} = 3V_n$ .

En déduire la nature de la suite  $V_n$ .

b) Exprimer  $V_n$  en fonction de n, En déduire  $U_n$  en fonction de n.

3) Calculer  $S = U_2 + U_3 + U_4 + \dots + U_{18}$ .