Série de Révision : **Classe : 2 $^{\text{éme}}$ Science**

Exercice n°1 :

1- Soit U une suite arithmétique de premier terme u_0 et de raison r et on pose $S_n = u_0 + u_1 + \dots\dots\dots\dots + u_n$

a- Calculer u_0 et u_n sachant que $r = 5$ et $u_3 = 14$

b- Calculer r et S_5 sachant que $u_0 = 1$ et $u_5 = 7$

2- Soit U la suite définie par : $u_{n+1} = 2u_n - 1 \ \forall n \in IN$

a- Calculer, u_1 u_2 et u_3 sachant que $u_0 = 1$

b- Vérifier que U ni arithmétique ni géométrique

3- Soit V une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q

a- Calculer u_1 et u_n sachant que $q = -2$ et $u_8 = -32$

b- Calculer q et u_0 sachant que $u_7 = 384$ et $u_{10} = 3072$

Exercice n°2 :

Soit la suite u définie par : $u_0 = 0$ et $\forall n \in IN \ \ u_{n+1} = \dfrac{3u_n - 2}{2u_n - 1}$

1- Calculer u_1, u_2 et u_3 .La suite u est-elle arithmétique ?géométrique ?

2- On pose : $\forall n \in IN \ \ v_n = \dfrac{1}{u_n - 1}$ .Montrer que v est une suite arithmétique

3- Exprimer v_n en fonction de n.

4- Exprimer u_n en fonction de v_n . En déduire u_n en fonction de n.

Exercice n°4 :

Soit U la suite définie par $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + \frac{3}{4} \ \forall n \in IN$

1- Calculer u_1, u_2 et vérifier que ni arithmétique ni géométrique

2- Soit v la suite définie par : $v_n = u_n - 1$

a- Montrer que v est une suite géométrique dont on précisera la raison et le $1^{\text{ére}}$ terme

b- Exprimer v_n en fonction de n.

c- Exprimer u_n en fonction de n

3-Calculer $S_n = v_0 + v_1 + \dots\dots\dots\dots + v_{n-1}$ et en déduire $S' = u_0 + u_1 + \dots\dots + u_{n-1}$

Exercice n°3 :

Soient $(u_n)_{n\in IN}$ une suite géométrique de raison 2 et de premier terme 1

1) Ecrire le terme général de la suite $(u_n)_{n\in IN}$ en fonction de n.

2) Soient les suites réelles $(v_n)_{n\in IN}$ définie par $\begin{cases} v_0 = \dfrac{3}{2} \\ v_{n+1} = 2v_n + u_n \quad \text{pour tout n de IN} \end{cases}$

et $(w_n)_{n\in IN}$ définie par $w_n = \dfrac{v_n}{u_n}$

a) Montrer que la suite $(w_n)_{n\in IN}$ est une suite arithmétique.

b) En déduire le terme général de la suite $(v_n)_{n\in IN}$ en fonction de n.

3) Soient $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots\dots + v_n$ et $S'_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots\dots + u_n$

a) Montrer que $S'_n = -S_n - v_0 + v_{n+1}$.

b) En déduire S_n en fonction de n.

Exercice n°5 :

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 2$; $u_1 = 1$ et pour tout $n \in IN$ on a $u_{n+1} - 3u_n + 2u_{n-1} = 0$

1) Calculer u_2 et u_3.

2) a) Vérifier que pour tout $n \in IN$ on a $u_{n+1} - 2u_n = u_n - 2u_{n-1}$

b) En déduire que pour tout $n \in IN$ on a $u_{n+1} - 2u_n = -3$

3) Soit la suite (v_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $v_n = u_n + a$ avec 'a' un réel donné.

a) Montrer que $v_{n+1} = 2(u_n + \frac{a-3}{2})$

b) Déduire la valeur de 'a' pour que (v_n) soit géométrique de raison 2.

4) **Dans la suite de l'exercice on prendra <u>a = - 3</u>**

a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b) Donner le terme général de (v_n) puis celui de (u_n) en fonction de n.

5) Exprimer $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_{n-1} + u_n$ en fonction de n.

<u>Exercice n°6 :</u>

ABC est un triangle, on pose $AB = c$ $AC = b$ et $BC = a$. Soit H le projeté orthogonal de A sur (BC).

1) Faire une figure claire en prenant les angles $\hat{A}$, $\hat{B}$ et $\hat{C}$ aigus.

2) a) Montrer que $b = \frac{a.\sin\hat{B}}{\sin\hat{A}}$ et que $c = \frac{a.\sin\hat{C}}{\sin\hat{A}}$.

b) Exprimer BH en fonction de c et $\hat{B}$.

c) Exprimer CH en fonction de b et $\hat{C}$.

d) En déduire que $a = b.\cos\hat{C} + c.\cos\hat{B}$.

3) a) En utilisant les questions 2) a) et 2) d) Montrer que $\sin\hat{A} = \sin\hat{B}.\cos\hat{C} + \sin\hat{C}.\cos\hat{B}$

b) En déduire que $\sin(\hat{B}+\hat{C}) = \sin\hat{B}.\cos\hat{C} + \sin\hat{C}.\cos\hat{B}$

4) a) Montrer que $\sin(\frac{5\pi}{12}) = \sin\frac{\pi}{6}.\cos\frac{\pi}{4} + \sin\frac{\pi}{4}.\cos\frac{\pi}{6}$

b) En déduire que $\cos(\frac{\pi}{12}) = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ puis montrer que $\sin(\frac{\pi}{12}) = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

5) a) Calculer l'aire d'un triangle ABC sachant que $a = \sqrt{2}$, $b = 2$ et $\hat{C} = \frac{\pi}{12}$.

(on donne $S = \frac{1}{2}a.b.\sin\hat{C}$)

b) Utiliser le théorème d'El-Kashi pour montrer que $c = \sqrt{3} - 1$.

c) En déduire la valeur de R le rayon du cercle circonscrit à ABC.

<u>Exercice n°7 :</u>

ABC est un triangle équilatéral direct inscrit dans un cercle Γ de centre O et de rayon R=3. On note r la rotation directe de centre A et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

1) Faire une figure.

2) Montrer que $AB = 3\sqrt{3}$. (on rappel que dans un triangle $\frac{a}{\sin\hat{A}} = \frac{b}{\sin\hat{B}} = \frac{c}{\sin\hat{C}} = 2R$)

3) M est un point de l'arc $[AB]$ ne contenant pas C.

a) Construire $I = r(M)$.

b) Montrer que IAM est équilatéral.

c) Montrer que $I \in [CM]$.

d) Montrer que $MA + MB = MC$.

4) **On prendra dans la suite de l'exercice $AM = 3\sqrt{2}$.**

a) Utiliser la loi de sinus dans le triangle ABM pour montrer que $A\hat{B}M = \frac{\pi}{4}$.

b) Donner l'angle de la rotation r' de centre A qui transforme M en M' avec $M' \in [AB]$.