

Exercice 1 : Vrai- Faux

- 1) Le reste de la division euclidienne de 9999243 par 11 est 12.
- 2) Si un nombre est divisible par 3 et par 9 alors il est divisible par 27.
- 3) Si $a + b$ est divisible par c ; alors a et b sont divisible par c .
- 4) Si a et b sont divisible par c alors $a + b$ est divisible par c .
- 5) Si a et b deux entiers impairs alors $a^2 + b^2$ est divisible par 4.
- 6) Pour tout entiers naturel n ; $\text{PGCD}(2n + 1; 3n + 2) = 1$

Exercice 2 : Vrai- Faux

- 1) L'égalité $31 = 3 \times 9 + 4$ permet d'affirmer que :
 - a) 4 est le reste de la division euclidienne de 31 par 9.
 - b) 4 est le reste de la division euclidienne de 31 par 3.
- 2) Si $a|9$ et $a|4$, alors $a|31$.
- 3) Le nombre de diviseurs d'un entier naturel non nul n'est toujours pair.
- 4) 2 est toujours un diviseur du produit de deux entiers consécutifs.
- 5) On donne la division euclidienne de 3619 par 35 : $3619 = 35 \times 103 + 14$
 - a) Les diviseurs naturels communs à 3619 et 35 sont 1 et 7.
 - b) 3619 et 35 possèdent quatre diviseurs communs.
 - c) 1 est le seul diviseur commun à 3619 et 103.
- 1) $\text{PPCM}(3 ; 16) = 32$.
- 2) $\text{PPCM}(6 ; 12) = 72$
- 3) Pour tout entier naturel n ;
 - a) $\text{PPCM}(n ; 2n + 1) = n(2n + 1)$
 - b) $\text{PPCM}(n - 1 ; n + 1) = n^2 - 1$
- 4) Si $n = 3^{24} \times 5$ et $m = 3^7 \times 7$ alors $\text{PPCM}(m ; n) = 7n$

Exercice 3 :

- a) Montrer que le produit de deux entiers consécutifs est divisible par 2.
- b) Montrer que si on retranche 1 du carré d'un entier naturel impair, on obtient un nombre divisible par 8.

Exercice 4:

L'entier $n = x1527y$, a 6 chiffres. On sait que n est un multiple de 4 et que si on divise n par 11, le reste est égal à 5. Trouver n .

Exercice 5:

Soient a , b et c trois entiers naturels.

- 1) Montrer que si c divise $3a + 4b$ et c divise $4a + 3b$ alors c divise $7b$ et c divise $7a$.
- 2) Déterminer tous les entiers naturels c tel que c divise $c + 13$.

Exercice 6 :

Soit n un entier naturel supérieure à 1.

- 1) Montrer que $n(n^4 - 1)$ est un multiple de 5.
- 2) Montrer que $n^5 - n$ est divisible par 30.
- 3) Montrer que si n est impair alors $n^5 - n$ est divisible par 240.

Exercice 7 :

Soit $n \in \mathbb{N}^*$. On pose $a = 3n + 4$ et $b = 9n - 5$.

- 1) Soit d un diviseur de a et b . Montrer que d divise 17.
- 2) Déterminer n pour que $\text{PGCD}(a, b) = 17$ et que $\text{PPCM}(a, b) = 170$

Exercice 8 :

- 1) Trouver le reste de la division euclidienne par 11 des nombres : $A = 142358$ et $B = 823152$
- 2) Soit $N = 234657412a36$ où a est le chiffre des centaines de N . Déterminer a pour que :
 - a) N est divisible par 3
 - b) N est divisible par 9
 - c) N est divisible par 11.
 - d) N est divisible par 81.

Exercice 9 :

Soient a et b deux entiers naturels non nuls. On pose : $x = 15a + 4b$ et $y = 11a + 3b$.

- 1) Calculer $3x - 4y$ et $15y - 11x$.
- 2) Montrer que $\text{PGCD}(a ; b) = \text{PGCD}(x ; y)$

Exercice 10 :

Soit n un entier naturel quelconque.

- 1) a) Montrer que $\text{PGCD}(n - 1, n^2 - 3n + 6) = \text{PGCD}(n - 1, 4)$
- b) En déduire selon n la valeur de $\text{PGCD}(n - 1, n^2 - 3n + 6)$

Pour quelles valeurs de n la fraction $\frac{n^2 - 3n + 6}{n - 1}$ est-elle un entier naturel ?

