

Exercice 1

1) Soit U une suite définie sur \mathbb{N} par :
$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 1 \end{cases}$$

a - calculer : U_1 , U_2 et U_3

b - Quelle conjectures peut -on faire ?

2) Soit V la suite définie sur \mathbb{N} par $V_n = 2 - U_n$

a - Montrer que pour tout entier n : $V_{n+1} = \frac{1}{2}V_n$

b- Quelle est la nature de V_n ?

c- Exprimer V_n en fonction de n .

d- En déduire U_n en fonction de n .

3) a- Calculer : $S_n = \sum_{k=0}^n V_k$ et $S_n' = \sum_{k=0}^n U_k$

b- Déterminer en fonction de n : $S_n' = \sum_{k=0}^{n+1} V_k - \sum_{k=0}^n V_k$

Exercice 2

Soit la suite $(v_n)_{n \geq 1}$ définie par :
$$\begin{cases} v_1 = \frac{1}{3} \\ v_{n+1} = \frac{n+1}{3n} v_n \end{cases}$$

1. a- Calculer v_2 et v_3

b- v_n est - elle une suite géométrique ? justifier la réponse .

2. Soit (w_n) définie par : $w_n = \frac{v_n}{n}$ pour $n \in \mathbb{N}$

a- Calculer w_1 , w_2 et w_3

b- Montrer que w_n est une suite géométrique de raison $\frac{1}{3}$

c- En déduire w_n en fonction de n

3. Exprimer v_n en fonction de n

Exercice 3

Parmi les suite suivante déterminer les suites arithmétique et les suites géométrique :

a) $u_{n+1} = u_n - \frac{1}{4}u_n$ et $u_0 = 100$.

b) $u_n = 5 \frac{3^n}{3^{n-2}}$

c) $u_n = \frac{2^n}{3} - 2^{n+1}$, d) $\frac{u_{n+1} - u_n}{u_n} = 0.03$ et $u_0 = 300$.