GENERALITES SUR LES FONCTIONS

I- Rappel

Activité 1

Déterminer l'ensemble de définition de chacune des fonctions suivantes

1) $f : IR \to IR$, $x \mapsto 2x^2 - 3x + 1$

2) $g : IR \to IR$, $x \mapsto \dfrac{3x+1}{2x-3}$

3) $h : IR \to IR$, $x \mapsto \dfrac{x+1}{x^2 - 3x + 2}$

4) $f : [1,5] \to IR$, $x \mapsto \dfrac{x-1}{x-3}$

5) $g : [0,+\infty[\to IR$, $x \mapsto \dfrac{1}{x^2 - 1}$

6) $h : IR \to IR$, $x \mapsto \sqrt{3x-6}$

Activité 2

Soit la fonction f définie sur IR par $f(x) = x^2 - 3x + 2$

Calculer les images de 0, 2 et (-2)

Déterminer les antécédents de 0 , 2 et 6

II- Représentation graphique d'une fonction

Définition

Le plan est muni d'un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$; Soit f une fonction définie sur un ensemble E
On appelle représentation graphique de f ou courbe représentative de f l'ensemble des points M de coordonnées (x,f(x)) où x appartient à E

Exemple

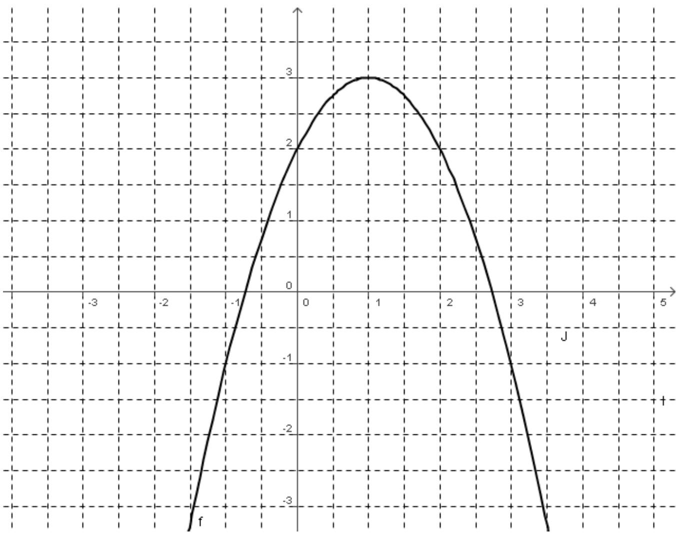
La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite qui passe par l'origine du repère

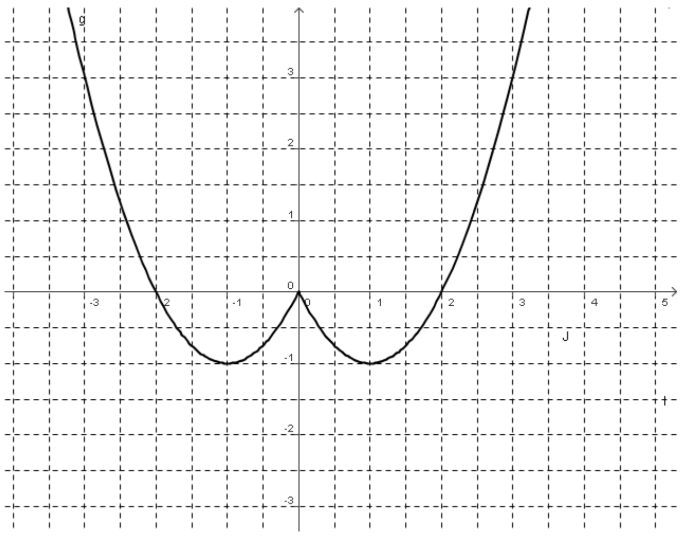
Vocabulaire

Si la représentation graphique d'une fonction f est une courbe C on dit que C a pour équation y = f(x)

Activité 1

Les courbes ci contre représentent deux fonctions f et g





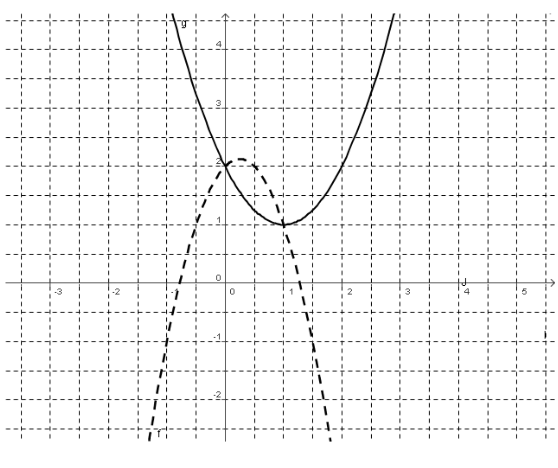
Déterminer graphiquement f(0), f(-1), f(3) , l'antécédents de 2 et -3 par f

Déterminer graphiquement g(0), g(1) les antécédents de -1 et 0 par g

Résoudre graphiquement $f(x) \geq 2$, $f(x) < 2$, $g(x) \leq 0$, $g(x) > 0$ et $g(x) \leq 2$

Activité 2

Les courbes ci contre représentent deux fonctions f et g dans un même repère

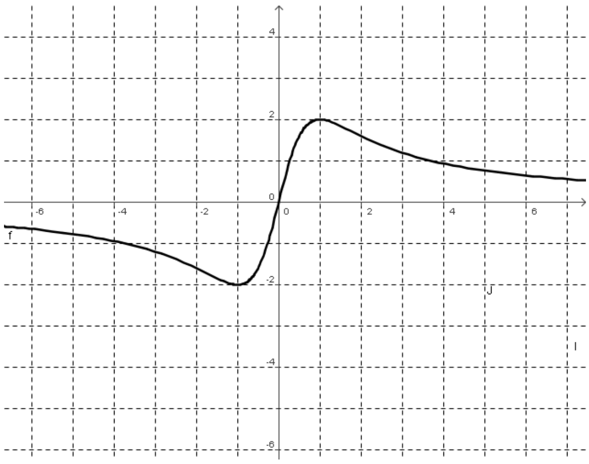


1) Déterminer l'image de -1 puis $\dfrac{1}{2}$ par f et par g

2) Résoudre graphiquement
$f(x) = 2$, $g(x) = 2$, $f(x) = g(x)$, $f(x) > g(x)$ et $f(x) \leq g(x)$

III- Minimum et maximum

Activité1



La courbe ci contre représente une fonction f

1) Déterminer une valeur minimale de f(x)

Pour quelle valeur de x cette valeur est atteinte

2) Déterminer une valeur maximale de f(x)

Pour quelle valeur de x cette valeur est atteinte

Définition

Soit f une fonction définie sur un intervalle I et a un réel de I

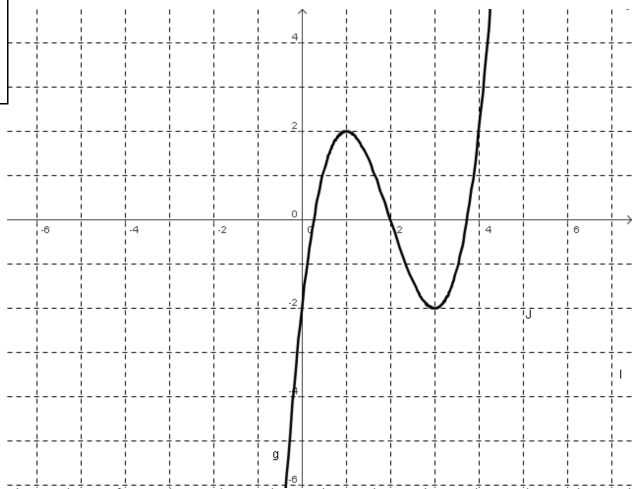
- La fonction admet un minimum en a sur l'intervalle I lorsque

pour tout x de I on a $f(x) \geq f(a)$,le réel f(a) est appelé le minimum de f sur I

- La fonction admet un maximum en a sur l'intervalle I lorsque

pour tout x de I on a $f(x) \leq f(a)$,le réel f(a) est appelé le maximum de f sur I

Activité2



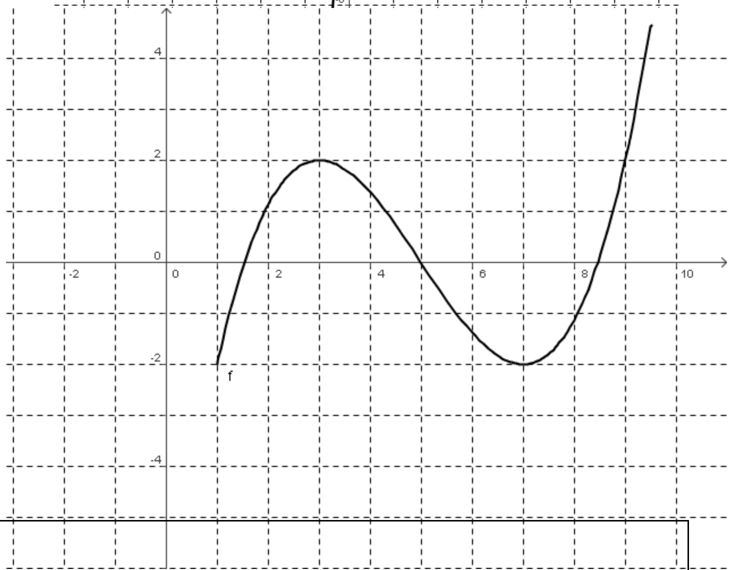
La courbe ci contre représente une fonction g

Déterminer graphiquement le maximum M et le minimum m de g sur l'intervalle [0,4]

A-t-on $f(x) \leq M$ pour tout x de IR ?

A-t-on $f(x) \geq m$ pour tout x de IR ?

IV- Sens de variations d'une fonction



La courbe ci contre représente une fonction f définie sur $\left[1, \frac{19}{2}\right]$

1) Soient a et b deux réels de [1,3] tels que $a \leq b$

Comparer f(a) et f(b)

2) Soient a et b deux réels de [3,7] tels que $a \leq b$

Comparer f(a) et f(b)

3) Soient a et b deux réels de $\left[7, \frac{19}{2}\right]$ tels que $a \leq b$

Comparer f(a) et f(b)

Définition

Soit f une fonction définie sur un ensemble E

Et I un intervalle inclus dans E

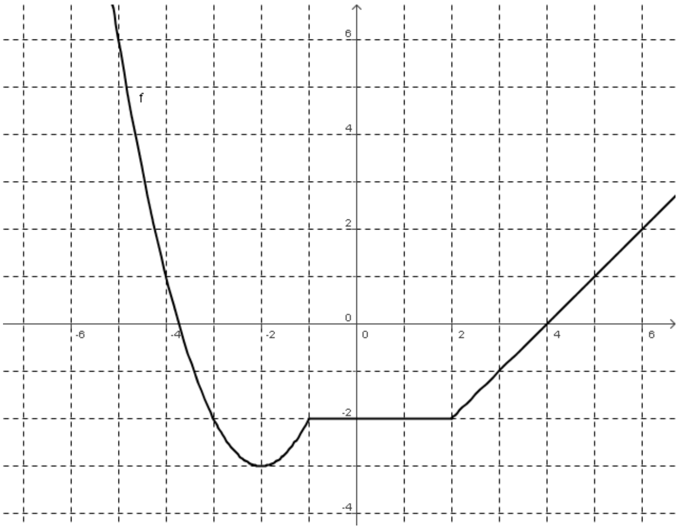
- La fonction f est **croissante** sur I si, Pour tous réels a et b de I tels que $a \leq b$, $f(a) \leq f(b)$
- La fonction f est **décroissante** sur I si, Pour tous réels a et b de I tels que $a \leq b$, $f(a) \geq f(b)$
- La fonction f est **constante sur** I si, Pour tous réels a et b de I , $f(a) = f(b)$

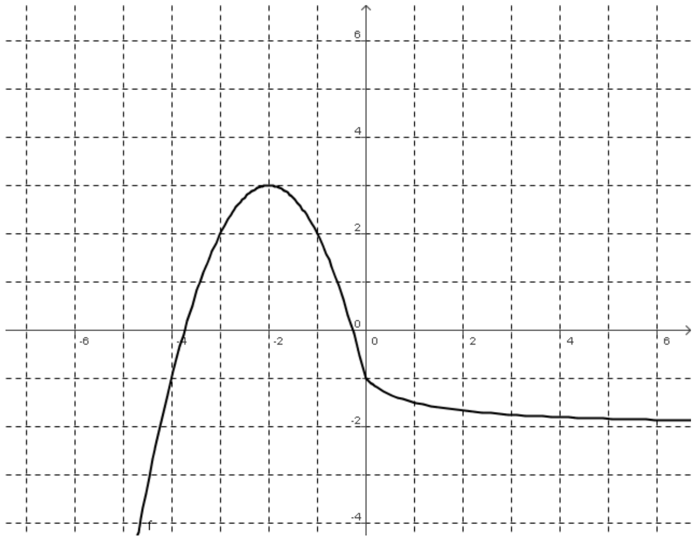
Vocabulaire

Une fonction est dite **<u>monotone</u>** sur un intervalle I si elle est **croissante** sur I ou **décroissante** sur I

Exercice

Décrire les variations de f dans les cas suivants





V- Parité et symétrie

Définition

Soit f une fonction définie sur un ensemble E

- La fonction f est dite **<u>paire</u>** si pour tout x de E on a $(-x) \in E$ et <u>f(-x) = f(x)</u>
- La fonction f est dite **<u>impaire</u>** si pour tout x de E on a $(-x) \in E$ et <u>f(-x) = -f(x)</u>

Conséquence

Dans un repère orthogonal,

- La courbe d'une fonction paire est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées
- La courbe d'une fonction impaire est symétrique par rapport à l'origine du repère

Activité1

Etudier la parité de chacune des fonctions suivantes

1) $f : IR \to IR$, $x \mapsto 2x^2 - 1$

2) $g : IR \to IR$, $x \mapsto \dfrac{x}{x^2 - 4}$

3) $h : [-2, 2] \to IR$, $x \mapsto \dfrac{3}{x - 4}$

4) $f : [1, 5] \to IR$, $x \mapsto 2x^2 - 1$

5) $g : IR \to IR$, $x \mapsto 2x^2 + |x| - 1$

6) $h : IR \to IR$, $x \mapsto 2x^2 + 3x + 2$

Activité2

Compléter les courbes suivantes sachant que f est paire et g est impaire