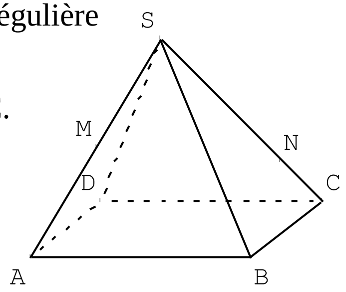
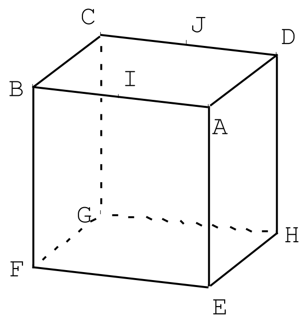
# **Exercices de géométrie dans l'espace**

Exercice 1 : SABCD est une pyramide régulière à base carrée. M est le milieu de [SA], N est le point de [SC] tel que SN = $\frac{3}{4}$ SC.




1. Démontrer que les droites (MN) et (AC) sont sécantes.
2. Placer le point d'intersection de (MN) et (AC).

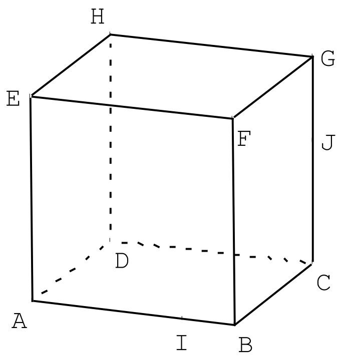
Exercice 2 : ABCDEFGH est un cube. I est le milieu de [AB].J est le milieu de [CD].
Quel est dans chacun des cas suivants, l'intersection des deux plans ? Justifier chaque réponse.




1. Le plan (AIE) et le plan (BIG).
2. Le plan (ADI) et le plan (BJC).
3. Le plan (HEF) et le plan (BJC).

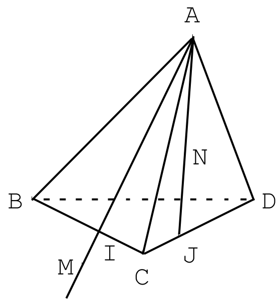
Exercice 3 : Dans un tétraèdre ABCD, I est un point de l'arête [AB], J un point de l'arête [CD].
Le but de l'exercice est de trouver l'intersection des plans (AJB) et (CID).
1. Prouver que chacun des points I et J appartient à la fois aux plans (AJB) et (CID).
2. Quelle est alors l'intersection de ces deux plans.

Exercice 4 : On considère un cube ABCDEFGH, I est un point de l'arête [AB], J un point de l'arête [CG].



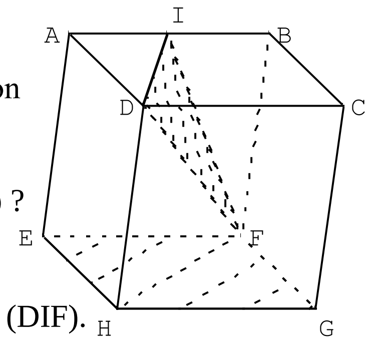

1. Montrer que les points I et J appartiennent à la fois aux plans (ABJ) et (CGI).
2. Quelle est l'intersection des plans (ABJ) et (CGI).

Exercice 5 : ABCD est un tétraèdre, I est un point de l'arête [BC] et J un point de l'arête [CD].
N est un point du segment [AJ] et M un point de la demi-droite [AI) extérieur au segment [AI].



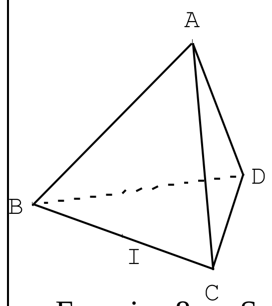

1. Quelle est l'intersection des plans (AIJ) et (BCD) ?
2. a) Démontrer que les points M, N, I et J sont dans un même plan.
   b) On note P le point d'intersection de la droite (MN) et du plan (BCD).
   Prouver que P est sur (IJ).

Exercice 6 : ABCDEFGH est un cube. I est le milieu de [AB].
On se propose de représenter la droite Δ d'intersection des plans (DFI) et (EFG).




1. Pourquoi F appartient-il à Δ ?
2. Quelle est l'intersection des plans (DIF) et (ABC) ?
3. Que sait-on sur les plans (ABC) et (EFG) ?
   En déduire la droite Δ.
4. Tracer Δ puis tracer la section du cube par le plan (DIF).

Exercice 7 : Soit ABCD un tétraèdre, I est le milieu de [BC] et J un point de la face ACD (autre que A).

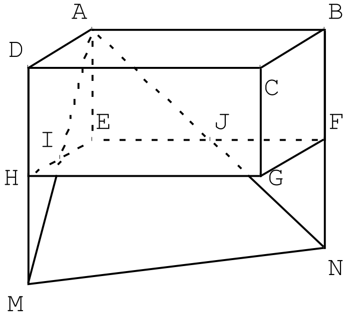



1. Construire l'intersection du plan (AIJ) avec le plan (BCD).
   En déduire l'intersection Δ des plans (AIJ) et (BCD)
2. Le plan (AIJ) est-il toujours sécant au plan (ABD) ?
   Construire l'intersection des plans (AIJ) et (ABD).

Exercice 8 : Soit ABCD un tétraèdre, I est le milieu de [AB], J le milieu de [AC] et K le point du segment [AD] tel que AK = $\frac{3}{4}$ AD.

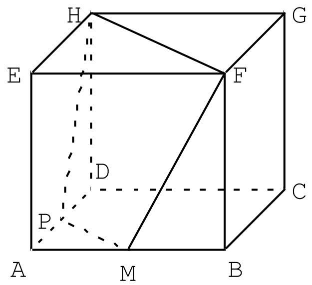
1. Faire une figure.
2. Les droites (CI) et (BJ) se coupent en S. Que représente le point S pour le triangle ABC ?
3. Construire l'intersection des plans (ASD) et (BDC).
4. Déterminer l'intersection de la droite (IK) avec le plan (BCD).

<u>Exercice 9 :</u> I et J sont les milieux des arêtes [EH] et [EF] du parallélépipède rectangle ABCDEFGH.
Les droites (AI) et (DH) se coupent en M.
Les droites (AJ) et (BF) se coupent en N.
Démontrer que les droites (IJ) et (MN) sont parallèles.

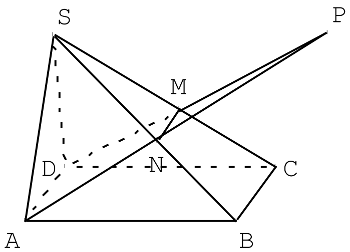



<u>Exercice 10 :</u> ABCD est un tétraèdre. I est le milieu de [AB], J celui de [BC], K celui de [CD], L celui de [AD].
1. Démontrer que les droites (IL) et (JK) sont parallèles et que les droites (IJ) et (KL) sont parallèles.
2. Quelle est la nature du quadrilatère IJKL ?

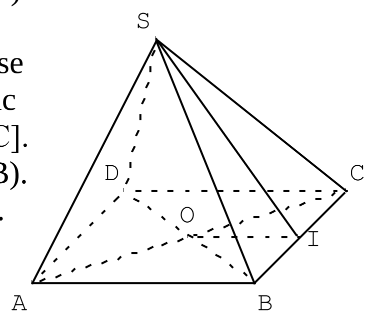
<u>Exercice 11 :</u> ABCDEFGH est un cube. M est un point de l'arête [AB]. Le plan (FHM) coupe (DA) en P.
Démontrer que les droites (FH) et (MP) sont parallèles.



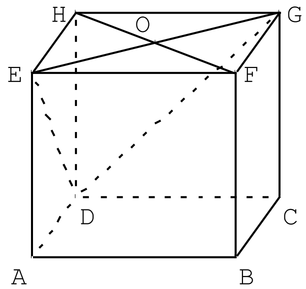

<u>Exercice 12 :</u> SABCD est une pyramide de sommet S ; la base ABCD est un parallélogramme. M est un point de l'arête [SC] et N de l'arête [SB] ; de plus (MN) est parallèle à (BC).
1. Démontrer que les droites (AD) et (MN) sont parallèles.
2. Dans le plan (ADMN) , les droites (AN) et (DM) se coupent en un point noté P.
   a) Démontrer que le point P appartient à chacun des plans (SAB) et (SDC).
   b) Pourquoi la droite d'intersection des plans (SAB) et (SDC) est-elle la droite (SP) ?
   c) En déduire que (SP) est parallèle à (AB) et à (CD).



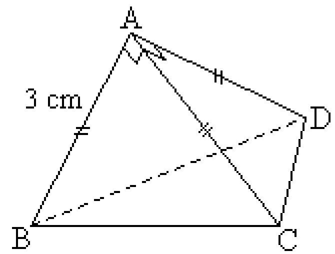

<u>Exercice 13 :</u> SABCD est une pyramide régulière à base carrée ABCD ; O est le centre de ABCD. (SO) est donc la hauteur de la pyramide. I est le milieu de l'arête [BC].
1. Démontrer que (SO) est orthogonale à la droite (CB).
2. En déduire que (CB) est orthogonale au plan (SOI).




<u>Exercice 14 :</u> ABCDEFGH est un cube, AB = 4 cm.
O est le centre du carré EFGH.
1. Prouver que la droite (OD) est l'intersection des plans (EDG) et (HDBF).
2. a) Dessiner en vraie grandeur le rectangle HFBD, placer O.
   b) En calculant tan $\widehat{HDO}$ et tan $\widehat{DBH}$, prouver que (HB) et (OD) sont perpendiculaires.
3. a) Démontrer que (HD) est orthogonale à (EG).
   b) En déduire que (EG) est orthogonale au plan (HFBD), puis à (HB).
4. Démontrer que (HB) est orthogonale au plan (DEG).
   (DEG).




<u>Exercice 15 :</u> Les faces ABC, ACD et ABD de cette pyramide sont des triangles rectangles et isocèles en A et AB = 3 cm.
Calculer le volume V de cette pyramide .




<u>Exercice 16 :</u> ABCD est un tétraèdre régulier, I est le milieu de [CD]. On trace les segments [AI] et [BI].
Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont orthogonales.