Exercice1
On appelle polynôme symétrique un polynôme dont les coefficients peuvent se lire indifféremment dans un sens comme dans l'autre.
exemple : f (x) = $x^4 - 5x^3 + 6x^2 - 5x + 1$
Le but de l'exercice est de résoudre l'équation (E) : $x^4 - 5x^3 + 6x^2 - 5x + 1 = 0$, pour tout x appartenant à $\mathbb{R}$.
1. Vérifier que 0 n'est pas solution de (E).
2. Montrer que si x_0 est solution de (E), alors $\frac{1}{x_0}$est solution de (E).
3. Montrer que l'équation (E) est équivalente à l'équation (E') :
$x^2-5x+6-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}=0$.
4. Calculer $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2$.
5. En posant $X=x+\frac{1}{x}$, montrer que l'équation (E') se ramène à une équation du second degré.
6. Résoudre l'équation du second degré, puis en déduire les solutions de l'équation (E).

Exercice2
f: x $\longmapsto 7x^3 - 43x^2 - 43x + 7$.
Résoudre l'équation f(x) = 0 et factoriser f(x).

Exercice3
Soit f la fonction définie par :
$f(x) = \frac{2x^2}{x^2-1} - \frac{3}{x^2+x-2}$.
1°) Déterminer l'ensemble de définition de f.
2°) Factoriser chacun des polynômes x^2-1 et x^2+x-2 .
3°)
Déterminer un dénominateur commun aux fractions rationnelles $\frac{2x^2}{x^2-1}$et $\frac{3}{x^2+x-2}$ puis écrire f(x) à l'aide d'une fraction rationnelle, notée $\frac{g(x)}{h(x)}$.
Déterminer une racine simple du polynôme g(x).
Simplifier l'écriture de f(x) et résoudre l'équation f(x) = 0.

Exercice 4

Quatre cubes ont respectivement pour arêtes, mesurées en centimètres, x, x+1, x+2, x+3, où x est un nombre entier naturel.
Déterminer x pour que le contenu des trois cubes d'arêtes x, x+1, x+2 remplisse exactement le cube d'arête x+3 .