

PROBLEMES DU PREMIER DEGRE

Exercice 1

1) a,b et c sont trois réels . Montrer les inégalités suivantes :

*) $|a - b| \leq |a| + |b|$, **) $|a - b| \leq |a - c| + |c - b|$, ***) $\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{|a| + |b|} \leq 1$

2) .V ou F faites votre choix en justifiant

a) pour tout reel x on a : $x + |x| \geq 0$ b) $\sqrt{4\sqrt{4 - 2\sqrt{3}} + \sqrt{97 - 56\sqrt{3}}} + 2 \in \mathbb{N}$

c) lorsque $X = \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$ a un sens alors $X = \frac{1 + \sqrt{1-x^2}}{x}$

3) Soit $x = (\sqrt{2} + \sqrt{6})(2 - \sqrt{3})\sqrt{2 + \sqrt{3}}$, calculer x^2 et déduire une valeur plus simple de x

Exercice 2

a- Montrer que $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ où n est un entier naturel non nul.

b- Calculer alors $Y = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{9.10}$

c- Déterminer n pour que : $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = 0,99$

Exercice 3

1) Soit $a > 0$, montrer que $a + \frac{1}{a} \geq 2$

2) Soient a et b deux réels tel que $\frac{-1}{2} \leq a \leq \frac{1}{3}$ et $\frac{1}{2} \leq b < 1$, Montrer que $\frac{1}{\sqrt{1-a^2}} \leq \frac{1}{\sqrt{1-b^2}}$

3) Montrer que si $x \in]3,5[$, alors $\frac{x+3}{x^2-1} \in \left] \frac{1}{4}, 1 \right[$ et comparer $\sqrt{\frac{x^2-1}{x+3}}$ et $\frac{x^2-1}{x+3}$

4) Soit $g(x) = |2x-1| - 2|x-1|$

Ecrire $g(x)$ sans | | , déduire que $g(x) \in [-1,1]$ puis comparer $\sqrt{|g(x)|}$ et $|g(x)|$

Exercice 4

Résoudre dans IR : a) $|x^2 - 2x| = x^2 - 2x$ b) $x^2 - 2\sqrt{\alpha}.x + \alpha = 0$ $\alpha \in \mathbb{R}_+$

c) $\sqrt{\frac{1}{x}} \geq x$ d) $2 \leq |-x+2| \leq 4$ e) $\frac{x-1}{2-x} \geq 1$ f) $x^3 + 27 + (x+3)(x-9) \leq 0$

Exercice 5

Soient ABC un triangle rectangle isocèle en A tel que AB=10 cm et M un point de [AB] distinct des points A et B , on pose AM= x cm . La parallèle a (AC) passant par M coupe [BC] en D et la parallèle a (AB) passant par D coupe [AC] en E.

1) Calculer MD en fonction de x

- 2) Soit C' le symétrique de C par rapport à la droite (DE) . Déterminer le réel x pour que l'aire du triangle DCC' soit égale au quart du trapèze $ABDE$

Calcul Vectoriel

2^{EME} sc₂ 2009/2010

Exercice 1

Soit ABC un triangle

- 1) Construire les points I et D tels que I est le milieu de $[BC]$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$
- 2) Déterminer les sommes suivantes $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BA}$; $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{IB}$
- 3) Montrer que : $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AI}$
- 4) a) Construire les points E et F tels que : $\overrightarrow{CF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{EA} = 2\overrightarrow{AB}$
 b) Montrer par deux méthodes que les vecteurs \overrightarrow{AD} et \overrightarrow{EF} sont colinéaires

Exercice 2

Soit ABC un triangle, A' , B' , C' les milieux des côtés $[BC]$, $[CA]$ et $[AB]$.

Montrer que $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = \vec{0}$

Exercice 3

Soit $R = (O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé du plan.

A, B et C sont 3 points tels que $A(1, 3)$; $B(5, 1)$ et $\overrightarrow{CA} = \vec{i} + 7\vec{j}$

1. Montrer que $\overrightarrow{OC} = -4\vec{j}$. Puis placer les points A, B et C dans le repère R .
2. Déterminer les composantes du vecteur \overrightarrow{BC} en déduire la distance BC .
3. Déterminer les coordonnées de G centre de gravité du triangle ABC .
4. Soit $E(1, -1)$. Montrer que les vecteurs \overrightarrow{GE} et \overrightarrow{BC} sont colinéaires
5. Montrer que $(\overrightarrow{EA}, \overrightarrow{EB})$ est une base de l'ensemble des vecteurs.
6. On pose $\vec{w} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}$, $\vec{\alpha} = 3\overrightarrow{IG} + \overrightarrow{BI}$ où I est le milieu de $[AC]$.
Simplifier \vec{w} et $\vec{\alpha}$ en déduire que $\vec{w} \perp \vec{\alpha}$

Exercice 4

Soit $R = (O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé du plan.

On donne les points $A(-3, -3), B(3, 0), C(-3, -1)$ et $D(1, 1)$

1. Montrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
2. Les droites (BD) et (AC) se coupent en un point E .

Déterminer les coordonnées de E et montrer que $-2\overrightarrow{EA} + 3\overrightarrow{EC} = \vec{0}$

3. On considère le repère $R' = (A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$

- a) Déterminer les coordonnées de D et E dans le repère R'
- b) Soit H le point de (AB) tel que (EB) et (DH) sont perpendiculaires
Déterminer les coordonnées de H dans le repère R'

EQUATIONS DU SECOND DEGRE

2^{EME} SC₂ 2009/2010

Exercice 1

1-Ecrire une équation du second degré admettant comme solutions $\sqrt{3}$ et -2
2-Résoudre dans IR les équations suivantes :

$$* 9x^2 - 30x + 25 = 0 \quad * (x^2 - x + 21)(2x^2 + 8) = 0 \quad * (2x^2 - 5x + 1)^2 - (x^2 - 5x + 6)^2 = 0$$

$$* \frac{x^2 - 7x + 6}{x^2 - 4x + 3} = 0 \quad * \sqrt{x-3} - 2x + 7 = 0 \quad * (\sqrt{3}-1)x^2 + x\sqrt{3} + 1 = 0$$

$$* x^2 - (m+n)x + mn = 0 \quad * (\pi - \sqrt{3})(x+1)^2 - 2\pi \cdot (x+1) = -\sqrt{3} - \pi \quad * 2x + 5\sqrt{x} + 3 = 0$$

Exercice 2

on donne ABC un triangle rectangle en A et BCDE est un carré . Sachant que l'aire du triangle ABC est égale a 2cm^2 et l'aire du carré BCDE est égale a 17cm^2

a) Vérifier que $AC^2 = 17 - AB^2$ b) Calculer les distances AB et AC

Exercice 3

On donne un trapèze ABCD rectangle en A et D et vérifiant $AB=6$, $AD=8$ et $CD=2$
Soit M un point variable sur $[AD]$. La parallèle a (AB) passant par M coupe (BC) en N et la parallèle a (AD) passant par N coupe (AB) en P . C' est le projeté orthogonal de C sur (AB) On pose $AM=x$

1) Montrer que $BP = x/2$ 2) a) Montrer que l'aire du rectangle MNPA est $S = -\frac{1}{2}x^2 + 6x$

b) Pour quelle valeur de x ; S est elle égale a l'aire du triangle AMB ?

3) Ecrire S sous forme canonique en déduire la valeur de x pour que S soit maximale

Exercice 4

1) Trouver deux nombres dont la somme est égale à 100 et le produit égal à 1875.

2) Existe-t-il des rectangles de périmètres 23 cm et d'aire 30cm^2 ? Si oui, préciser leurs dimensions.

3) Trouver les cotés de deux carrés , sachant que la somme de leurs aires est égale a 34 et la somme de leurs périmètres est égale a 32

Exercice 5

Soit l'équation (E) : $x^2 + p\sqrt{3}x - 10 = 0$ ou $p \in \mathbb{R}$

Répondre aux questions suivantes sans calculer le discriminant Δ

1) **Vrai ou Faux.** Corriger les énoncés faux :

a) l'équation (E) admet une racine double $x' = x''$

b) Si $x' = \sqrt{3}$ est une racine de (E) alors : i) l'autre racine x'' est : $-10/\sqrt{3}$ ii) le réel $p = 3$

2) Calculer en fonction de p : $X = -\frac{1}{x'} - \frac{1}{x''}$, $Y = x'^2 + x''^2$, $Z = \sqrt{x'^2 + 1} + \sqrt{x''^2 + 1}$ et $T = x'^3 + x''^3$

3) ABC est un triangle tels que $AB = |x'|$, $AC = |x''|$ et $BC = \sqrt{47}$

a). Montrer que le triangle ABC est rectangle en A si et seulement si $p = 3$

b) On suppose de plus que $x' < x''$ calculer $(x'-1)(x''-1)$

c) en déduire la position de x' et x'' par rapport a x' et x''

Exercice 6

Discuter suivant le paramètre m le nombre de solutions de l'équation :

$$m \cdot x^2 - x + 4m = 0$$

Calcul Vectoriel 2

2^{EME} sc 2 2009/2010

Exercice 1

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on considère les points $A(-1,2)$; $B(0,3)$ et $C(1,2)$

- 1/ Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés
- 2/ préciser la nature du triangle ABC et calculer son aire
- 3/ Soit $m \in \mathbb{R}$ et $H(m^2, 2m+2)$

a) Pour quelle valeur de m , \overrightarrow{AH} et \overrightarrow{AC} sont colinéaires?

b) On prend $m=2$. Vérifier que $(\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{AC})$ est une base, trouver alors les coordonnées de \vec{i} , \vec{j} et $2\vec{i}+3\vec{j}$ dans cette base

Exercice 2

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on considère les points $E(2,3)$; $F(4,1)$; $G(1,-2)$

A) 1/ Montrer que EFG est un triangle rectangle

2/ On donne $A(2,0)$ et $B(-1,3)$

a- Montrer que (EF) et (AB) sont parallèles

b- Calculer les distances AF et AG. En déduire que (AB) est la médiatrice de $[FG]$

B) Soit I le milieu de $[AB]$ et J un point du plan tel que $J\vec{A} + J\vec{B} + 2J\vec{E} = \vec{0}$

1/ Montrer que J est le milieu de $[IE]$

2/ En déduire l'ensemble des points M du plan tel que : $\|\vec{MI} + \vec{MC}\| = \|\vec{MA} - \vec{MB}\|$

Exercice 3

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on considère les points $A(3,4)$; $B(2,-2)$; $D(x,y)$ et $E(2,m)$

1/ Déterminer m pour que E appartienne au cercle ζ de centre A passant par B

2) Déterminer x et y de telle sorte que le triangle ABD soit isocèle et en A rectangle

3) Montrer que E est le centre de gravité du triangle ABD si et seulement si $x=1$ et $y=3m-2$

Exercice 4

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on considère les points $A(1,2)$; $B(3,0)$ et $C(0,-1)$ et $D(2,1)$

1/ les points A, B, C et D sont-ils alignés ?

2/ Calculer les coordonnées de A, B, C

{	a) dans le repère (D, \vec{i}, \vec{j})
	b) dans le repère $(O, 2\vec{i}, \vec{j})$
	c) dans le repère $(D, -\vec{i}, 2\vec{j})$

<u>L.BOURGUIBA</u> <u>MONASTIR</u>	DEVOIR DE CONTROLE N° 1 _(a)	
<u>Le 2/11/2009</u>	Mathématiques	2 ^{ème} <u>SC2</u>

Exercice 1 Vrai ou Faux. :

- 1) Si M(2,-1) et N(0,1) selon un repère orthonormé alors MN= 2
- 2) Soient $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ m^2 - 2 \end{pmatrix}$, $\vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$. (\vec{u}, \vec{v}) est une base si et seulement si $m \neq 0$
- 3) L'ensemble de définition de la fonction $g : x \mapsto \sqrt{5 - \frac{1}{x}}$ est $\left[\frac{1}{5}, +\infty \right[$
- 4) Ils existent des rectangles de périmètres 5 cm et d'aires 1 cm^2

Exercice 2

Résoudre dans IR les équations suivantes :

- 1) $x^2 - 8x + 7 = 0$
- 2) $\frac{x^2 - 5x + 6}{3x^2 - x - 10} = 0$
- 3) $-x^2 - (\sqrt{3} - \sqrt{2})x + \sqrt{6} = 0$

Exercice 3

Soient un carré ABCD de cote 3 cm ; G un point du segment $[AB]$ et H un point du segment $[AD]$ tel que $AG=DH=y$

- 1) Montrer que l'aire du triangle AGH est $A = -\frac{1}{2}y^2 + \frac{3}{2}y$
- 2) Déterminer y pour que l'aire du triangle AGH soit égale à $\frac{11}{32} \text{ cm}^2$
- 3) Ecrire A sous forme canonique en déduire la valeur de y pour que A soit maximale

Exercice 4

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on considère les points $A(\frac{1}{2}, 1)$; $F(\frac{9}{2}, -1)$ et $C(\frac{7}{2}, -2)$

- 1) Déterminer les coordonnées du point D vérifiant : $\vec{CB} + \vec{CA} = \vec{CD}$
- 2) a- Montrer que les droites (BC) et (AC) sont perpendiculaires
b- Montrer que le triangle ABD est un triangle rectangle
c- En déduire que les points A, B, C et D sont situés sur un même cercle ξ que l'on précisera
- 3) Montrer que la droite (OA) est tangente à ce cercle ξ

Barycentre

2^{EME} sc₂ ti 2009/2010

Exercice 1

indiquer la ou(les) réponse(s) jugée(s) correcte(s)

1) Si G barycentre de $(A, a), (B, b)$ alors.:	a) $\vec{OG} = \frac{1}{a+b} (a\vec{OA} + b\vec{OB})$ b) $a\vec{GB} + b\vec{GA} = \vec{0}$ c) $a\vec{GA} + b\vec{GB} = \vec{0}$
2) Soit MNPQ un parallélogramme:	a) M barycentre de $(N, 1), (P, 1)$ et $(Q, 1)$ b) M barycentre de $(N, 1), (P, -1)$ et $(Q, 1)$ c) M barycentre de $(N, -2), (P, 2)$ et $(Q, -2)$
3) 1) Voici les coordonnées des sommets d'un triangle ABC : A(-1,3) B(3,-1) et C(-5,-3) . Les coordonnées du centre de gravite du triangle ABC sont :	a) (1,3) b) $(-1, \frac{-1}{3})$ c) (-1,5)

Exercice 2

Dans le plan muni d'un repère ON (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère les points A(-3, -1) et B(0, -5)

On note I le milieu du segment [AB] et (ξ) le cercle de diamètre [AB].

1. Soit E le barycentre des points (A ; 2) et (B ; 1). Calculer les coordonnées de E. et de F = E*0
2. Soit (P) l'ensemble des points M du plan tels que : $\|2\vec{MA} + \vec{MB}\| = 3\|\vec{MO}\|$
vérifier que F ∈ (P) et Montrer que (P) est la médiatrice du segment [OE].
3. Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que $\|\vec{MA} + \vec{MB}\| = 5$

Exercice 3

$(O; \vec{i}; \vec{j})$ un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ On donne A(1,4) ; B(-1,-1) et C(3,-1)

- 1/ Montrer que le triangle ABC est isocèle .
- 2/ a- Soit I le barycentre des points pondérés (A,1) et (B,2) . Construire I
b- Déterminer par le calcul les coordonnées de I
- 3/ Soit G le point du plan définie par $2\vec{GA} + 3\vec{GC} + 4\vec{GB} = \vec{0}$
Montrer que G est le barycentre des points pondérés (I,2) et (C,1) puis construire G
- 4/ Montrer que $\{M \in \text{plan} \text{ tel que } \|\vec{MA} + 2\vec{MB}\| = \|\vec{MI} + \vec{MC}\|\}$ est une droite que l'on précisera

Exercice 4

Soit ABC un triangle isocèle en A ; O, I et J les milieux respectifs des cotés [AB], [AC] et [BC]

- 1/ a) Montrer que pour tout M du plan on a $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{MO} + \vec{MI} + \vec{MJ}$
b) En déduire que les triangles ABC et IJK ont même centre de gravite
- 2/ Montrer que B est le barycentre de (J,1) ; (O,1) et (I,-1)
- 3/ Soit H le barycentre des points pondérés (J,3) ; (C,-1) Montrer que (OH) est parallèle a (AJ)
- 4/ Soit K le barycentre de (A,2) ; (B,1) et (C,1) a) Construire K puis montrer que K est le milieu de [AJ]
b) Montrer que OA I J est un losange
- 5/ Soit Δ l'ensemble des points M du plan tel que : $\|2\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + 4\vec{KI}\| = 2\|\vec{MA} + \vec{MB}\|$
Vérifier que A ∈ Δ. Montrer que Δ est la médiatrice de [IO]

Equations Et Inequations Du Second Degre'

2^{EME} sc₂ ti₁ 2009/2010

Exercice 1

indiquer la réponse jugée correcte

1) L'ensemble de définition de la fonction $g : x \mapsto \sqrt{x^2 - 2x + 5}$ est :	a) \mathbb{R} b) \mathbb{R}^+ c) $\{ \}$
2) Si $x^2 + bx + c < 0$ pour $x \in]-1, 1[$ alors :	a) $c \geq 0$ b) $c < 0$ c) On ne peut pas connaître le signe de c
3) Soit $c \in \mathbb{R}^*$ La somme des inverses des racines de l'équation $cx^2 + bx - c = 0$ est :	a) $\frac{-c}{b}$ b) $\frac{-b}{c}$ c) $\frac{b}{c}$

Exercice 2

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

$$\begin{array}{llll}
 1. x - 4\sqrt{5x} - 5 = 0 & 2. \frac{1-x^2}{3x^2+4x+1} \leq 0 & 3. \frac{-2-x^2+2x\sqrt{2}}{x^2+x+2010} \leq 0 & 4. \frac{1}{x^2+2x-3} \leq \frac{1}{x+3} \\
 5. \sqrt{2x-3} \geq x-1 & 6. \sqrt{\frac{x^2-5x-6}{x+1}} > 1 & 7. x^4 - 6x^2 + 10 < 2 & 8. \sqrt{-3x^2+x+2} \geq x-1
 \end{array}$$

Exercice 3

Soient a et b deux réels de somme S et de produit P

1/ Ecrire $(a + \frac{1}{a} + b + \frac{1}{b})$ en fonction de S et P . 2/ Résoudre alors le système suivant :

$$\begin{cases} a + b = -5 \\ a + \frac{1}{a} + b + \frac{1}{b} = \frac{-35}{6} \end{cases}$$

Exercice 4

1) Factoriser $-2x^2 + 7x + 4$, en déduire la factorisation de $P(x) = -2x^4 + 7x^2 + 4$

2) Déterminer l'ensemble des x pour que $R(x) = \frac{P(x)}{-2x^2 + 3x + 2}$ soit définie 3) Simplifier $R(x)$

4) a- résoudre dans \mathbb{R} $R(x) \geq x^2 + 2$ b- Enduire les solutions de $R(|x|) \geq x^2 + 2$

Exercice 5

Soit l'équation (E) : $x^2 + p\sqrt{3}x - 10 = 0$ ou $p \in \mathbb{R}$

Répondre aux questions suivantes sans calculer le discriminant Δ

1) **Vrai ou Faux.** Corriger les énoncés faux : a) l'équation (E) admet une racine double $x' = x''$

b) Si $x' = \sqrt{3}$ est une racine de (E) alors : i) l'autre racine x'' est : $-10/\sqrt{3}$ ii) le réel $p = 3$

2) Calculer en fonction de p : $X = -\frac{1}{x'} - \frac{1}{x''}$, $Y = x'^2 + x''^2$, $Z = \sqrt{x'^2+1} + \sqrt{x''^2+1}$ et $T = x'^3 + x''^3$

3) ABC est un triangle tels que $AB = |x'|$, $AC = |x''|$ et $BC = \sqrt{47}$

a). Montrer que le triangle ABC est rectangle en A si et seulement si $p = 3$

b) On suppose de plus que $x' < x''$ calculer $(x'^2-1)(x''^2-1)$

c) en déduire la position de x' et x'' par rapport à x' et x''

Exercice 6

Discuter suivant le paramètre m le nombre de solutions de l'équation :
 $m \cdot x^2 - x + 4m = 0$

DEVOIR DE SYNTHESE N°1 Classe 2^{ème} Sx 1- 2- 3.

Décembre 2006

Durée 2^h -

Exercice 1

1/ Résoudre dans \mathbb{R} :

a) $x^2 - 9 \geq 0$ b) $\sqrt{x^2 + 1} < x$ c) $\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2 + 3\left(\frac{x+1}{x-1}\right) + 2 = 0$

2/ Existe-t-il un rectangle de périmètre 23 cm et d'aire 30 cm² ? Si oui, préciser ses dimensions.

Exercice 2

Soient $P(x) = 4x^3 + x^2 - 11x + 6$ et $Q(x) = x^4 + 2x^3 - x - 2$

1/ a) Vérifier que 1 et -2 sont des racines des polynômes P et Q

b) A ton $P(x) = Q(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$? Justifier votre réponse.

2/ a) Vérifier que $P(x) = (x-1)(x+2)(4x-3)$, pour tout $x \in \mathbb{R}$

b) Déterminer trois réels a , b et c tel que pour tout réel x de \mathbb{R} , on a :

$$Q(x) = (x-1)(x+2)(ax^2 + bx + c)$$

c) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $x^4 + 2x^3 - x - 2 = 0$

3/ Déterminer le signe de l'expression $x^4 + 6x^3 + x^2 - 12x + 4$

Exercice 3

Soit ABC un triangle isocèle en A ; O , I et J les milieux respectifs des cotés $[AB]$, $[AC]$ et $[BC]$

1/ a) Montrer que pour tout M du plan on a $\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} = \overline{MO} + \overline{MI} + \overline{MJ}$

b) En déduire que les triangles ABC et IJK ont même centre de gravité

2/ Montrer que B est le barycentre de $(J,1)$; $(O,1)$ et $(I,-1)$

3/ Soit H le barycentre des points pondérés $(J,3)$; $(C,-1)$

Montrer que (OH) est parallèle à (AJ)

4/ Soit K le barycentre de $(A,2)$; $(B,1)$ et $(C,1)$

a) Construire K puis montrer que K est le milieu de $[AJ]$

b) Montrer que OA \perp IJ est un losange

5/ Soit Δ l'ensemble des points M du plan tel que :

$$\|2\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} + 4\overline{KI}\| = 2\|\overline{MA} + \overline{MB}\|$$

a) Vérifier que $A \in \Delta$

b) Montrer que Δ est la médiatrice de $[IO]$

<u>L. BOURGUIBA .MONASTIR</u>	<i>DEVOIR DE SYNTHESE N°1</i>	
<u>A.S : 2009/2010</u>	Mathématiques	2^{ème} <u>SC3</u>

EXERCICE N°1

indiquer la réponse jugée correcte

1) les coordonnées des sommets d'un triangle ABC sont : A(0,3) B(3,0) et C(6,-3) . Les coordonnées du centre de gravité du triangle ABC sont :	<input type="checkbox"/> (1,3) <input type="checkbox"/> (3,0) <input type="checkbox"/> (3,1)
2) Si $P(x) = x^3 + 3 - x(x^2 - 3x + 2)$ alors degré de P est	<input type="checkbox"/> 1 <input type="checkbox"/> 2 <input type="checkbox"/> 3
3) Soit $m \in \mathbb{R}$, Si $x^2 + x + m - 1 < 0$ pour $x \in]-1,1[$ alors :	<input type="checkbox"/> $m > 0$ <input type="checkbox"/> $m < 1$ <input type="checkbox"/> $m > 1$
4) Soit l'équation (E) : $x^2 + px - 2 = 0$ Si $x=2$ est une racine de (E) alors l'autre racine x ''est	<input type="checkbox"/> 1 <input type="checkbox"/> -1 <input type="checkbox"/> -2

EXERCICE N°2

- 1) a) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $2x^2 - 7x - 4 = 0$,
b) Factoriser alors $2x^2 - 7x - 4$ puis $2x^4 - 7x^2 - 4$
- 2) Soit $f(x) = \frac{2x^4 - 7x^2 - 4}{2x^2 + 1}$
a) Montrer que f est définie sur \mathbb{R}
b) Simplifier $f(x)$ puis résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation : $f(x) > x^2$

EXERCICE N°3.

Soit $P(x) = x^3 + 2x^2 - 4x + 1$

- 1) Vérifier que 1 est une racine de P
- 2) Déterminer alors les réels a,bet c tel que $P(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$.

3) Résoudre dans IR l'équation : $\frac{x^3 + 1}{2} \geq (2x - x^2)$

EXERCICE N°4

Soit ABC un triangle isocèle en A ; O , I et J les milieux respectifs des cotés [AB] , [AC] et [BC]

1/ a) Montrer que pour tout M du plan on a $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{MO} + \vec{MI} + \vec{MJ}$

b) En déduire que les triangles ABC et IJK ont même centre de gravité

2/ Montrer que B est le barycentre de (J,1) ; (O,1) et (I,-1)

3/ Soit H le barycentre des points pondérés (J,3) ; (C,-1)

Montrer que (OH) est parallèle à (AJ)

4/ Soit K le barycentre de (A,2) ; (B,1) et (C,1)

a) Construire K puis montrer que K est le milieu de [AJ]

b) Montrer que OA I J est un losange

5/ Soit Δ l'ensemble des points M du plan tel que : $\|2\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + 4\vec{KI}\| = 2\|\vec{MA} + \vec{MB}\|$

Vérifier que A \in Δ . Montrer que Δ est la médiatrice de [IO]

L. BOURGUIBA. MONASTIR

A.S : 2009/2010

DIVISIBILITE

Prof : Mr raouf

2^{ème} SC₃+INF₂

Exercice 1

1) a et b sont deux entiers naturels vérifiant a=3b+7.

Ecrire la division euclidienne : a) de a par 3 ; b) de 2a+5 par 3.

2) Décomposer 60 en produit de facteurs premiers. En déduire tous les diviseurs de 60

3) donner le reste R de la division euclidienne par a de 251460531 (puisque 1122330)

a	25	11	9	8	5	3	2
R							

4) Vérifier que $\text{pgcd}(270,252) = 18$

Exercice 2

1) Prerequis

a. donner les restes possibles de la division euclidienne d'un entier naturel par 2 (par 3)

b. pourquoi tout entier a peut s'écrire sous la forme 2k ou 2k + 1 avec k de IN

2)a. Démontrer que la somme de deux entiers impaires consécutifs est divisible par 4.

b. Démontrer que la somme de trois entiers relatifs consécutifs est divisible par 3.

c. Soient a et b deux entiers naturels impairs . Montrer que $a^2 + b^2$ est divisible par 2 mais non divisible par 4

3)a. Démontrer que le nombre A= n (n² +5) où n est entier naturel, est divisible par 3.

b. n étant un entier naturel. Démontrer que $n(n^2 - 1)$ est un multiple à la fois de 2 et de 3. En déduire que $(201020102010)^3 - 201020102010$ est un multiple de 3

Exercice 3

1) Déterminer l'entier a pour que le reste de la division euclidienne de 629a1 par 9 égale a 2

2) Déterminer les entiers x et y pour que 5x2y soit divisible par 5 et 3

- 3) Montrer que $6x^4 + 7y$ est divisible par 8 et 9 si et seulement si $(x,y)=(3,2)$
 4) Montrer que $75x^6 + 4y$ est divisible par 5 et 11 équivaut à : $x=y=0$ ou $x=y=5$

Exercice 4

- 1) Soit $P(x) = x^4 + 2x^3 + 2x^2 - 2x - 3$
 a. Calculer $P(1)$ et $P(-1)$ puis factoriser $P(x)$
 b. Dédire que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, 3 divise $P(n)$
 2) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R} - \{0,1\}$: $\frac{14x-8}{x^2-x} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x-1}$.avec a, b deux réels que l'on précisera .Dédire les valeurs de l'entier n pour les quels $14n-8$ est divisible par $n^2 - n$

Exercice 5

Soit n un entier naturel

- a. Vérifier que $n^3 - n = (n+2)(n^2 - 2n + 3) - 6$
 b. En déduire les valeurs de n pour lesquelles $\frac{n^3 - n}{n+2}$ est un entier

<u>L.¹ BOURGUIBA. MONASTIR</u>	TRANSLATIONS--HOMOTHETIES	$2^{\text{ème}} SC_3 + INF_2$
<u>A.S : 2009/2010</u>		

Exercice 1 Les affirmations suivantes sont elles vraies ou fausse ? Justifier votre réponse

- 1) Si C le milieu de $[AB]$ alors l'homothétie de centre B et de rapport $1/2$ transforme C en A
 2) Si $\overline{AC} = -3\overline{BC}$ alors $h(B)=C$ avec $h = H(A, 3/4)$
 3) la transformation $g : P \rightarrow P \quad M \mapsto M'$; tel que $\overline{MM'} = 2\overline{MA} - 3\overline{MB} + \overline{MC}$ est une translation

Exercice 2

- 1) Soient un triangle ABC et un point D de la droite (AC) . $E = t_{\frac{CB}{CB}}(D)$, $F = t_{\frac{AE}{AE}}(C)$
 a. Montrer que les points B, E et F sont alignés
 b. Montrer que F est l'image de B par $t_{\frac{AD}{AD}}$
 2) On considère A et B deux points du plan et un cercle ζ de centre O et de rayon R , M un point variable du cercle ζ trouver l'ensemble des points N tel que $ABMN$ soit un parallélogramme

Exercice 3 MNP un triangle de centre de gravité G , d'orthocentre H . On désigne par O le centre du cercle circonscrit au triangle MNP et par M', N', P' sont les milieux respectifs de $[NP]$, $[MP]$ et $[MN]$

- 1) a. Exprimer $\overline{GM'}$ en fonction de \overline{GM}
 b. En déduire qu'il existe une homothétie h qui transforme le triangle MNP en $M'N'P'$
 2) I étant le pied de la hauteur du triangle MNP issue de M
 a. montrer que l'image par h de la droite (AI) est la médiatrice du segment $[NP]$
 b. en déduire que $h(H)=O$ et que O, H, G sont alignés

Exercice 4 Soit ABCD un rectangle tel que $AB=4$ et $AD=3$. On désigne par h l'homothétie de centre D et de rapport $\frac{3}{2}$, $M=h(B)$ et P, Q sont les projetés orthogonaux de M respectivement sur (CD) et (AD)

- 1) montrer que $h(P)=C$
- 2) 2) déterminer $h(B)$, $h(C)$ et $h(A)$
- 3) Quelle est la nature du quadrilatère MPDQ ? Déterminer son périmètre et son aire

Exercice 5

ABC est un triangle rectangle en A. H est le pied de la hauteur issue de A. I et J sont les projetés orthogonaux de H sur les droites (AB) et (AC). (AH) et (IJ) se coupent en O.

1) Quelle est la nature du quadrilatère AIHJ?

La parallèle à (IJ) passant par A coupe (HI) en P et (HJ) en Q. On note h l'homothétie de centre H qui transforme J en Q.

- 2) Quelle est l'image de (IJ) par h ?
- 3) Déterminer $h(I)$ et montrer que $h(O)=A$.
- 4) Quel est le rapport de l'homothétie h ?
- 5) En déduire que I et J sont les milieux respectifs de [PH] et [HQ]

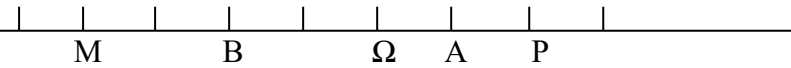
Exercice 6 Soit $A \neq B$ et la transformation du plan: $g: M \mapsto M'$ telque $2\vec{AM}' - x\vec{BM} = \vec{0}$

- 1) montrer que si $x=2$, g est une translation que l'on caractérisera
- 2) On suppose que $x \neq 2$. montrer que g admet un unique point invariant D que l'on précisera et que g est une homothétie de centre D et de rapport $x/2$

<u>L.BOURGUIBA</u> <u>MONASTIR</u>	DEVOIR DE CONTROLE N° 3	
<u>Le 27/1/2009</u>	Mathématiques	2 ^{ème} <u>SC3</u>

Exercice 1

Les affirmations suivantes sont elles vraies ou fausses ?

- 1) 12301230 est divisible par 11
- 2) Si $n=4p+3$ alors le reste de la division euclidienne de n^2 par 4 est 3
- 3) 

h est l'homothétie de centre Ω et qui transforme P en M

- a- $h(B) = A$
- b- le rapport de h est 2

Exercice 2

- 1) a- vérifier que 16008 est divisible par 3 et 8
- b- déterminer les entiers x et y pour que $16x0y8$ soit divisible par 8 et 3
- 2) Soit p un entier naturel ; montrer que $p(p^2+2)$ est divisible par 3

Exercice 3

- 1) Vérifier que pour tout $x \in \mathbb{R} - \{1\}$, on a... $\frac{2x^2 - 3x + 7}{x - 1} = 2x - 1 + \frac{6}{x - 1}$
- 2) En déduire les valeurs de n pour lesquelles $\frac{2n^2 - 3n + 7}{n - 1}$ est un entier

Exercice 4


Soient ABC un triangle équilatéral tel que $AB = 2$ (cm) et h l'homothétie de centre A et de rapport 3

- 1) Construire le cercle (ζ) circonscrit au triangle ABC. On désigne par I son centre
- 2) a) Construire les points $B' = h(B)$ et $C' = h(C)$
b) En déduire la nature du triangle $AB'C'$
- 3) Soit $\zeta' = h(\zeta)$. Montrer que ζ' est le cercle circonscrit au triangle $AB'C'$
- 4) La droite (AI) recoupe ζ en E et ζ' en F
 - a) Montrer que $h(E) = F$ et que (BE) est parallèle à (B'F)
 - b) Calculer l'aire du triangle $AB'F$

<u>L.BOURGUIBA</u> <u>MONASTIR</u>	DEVOIR DE CONTROLE N° 3	
<u>Le 27/1/2009</u>	Mathématiques	2 ^{ème} <u>T.I1</u>

Exercice 1

Les affirmations suivantes sont elles vraies ou fausses ?

- 1) le reste de la division euclidienne de 254521 par 11 est 2
- 2) soit $n \in \mathbb{N}$ l'entier naturel à 4 chiffres $\overline{nnn6}$ est divisible par 3
- 3) 

Si h est l'homothétie de centre O et de rapport 3 alors $h(C) = B$

Exercice 2

- 1) donner le reste de la division euclidienne de 2883151 par 25, puis par 8
- 2) a- 34680 est-il divisible à la fois par 5 et 9 ?
b-déterminer les entiers x et y pour que $34x8y$ soit divisible par 9 et 5

Exercice 3

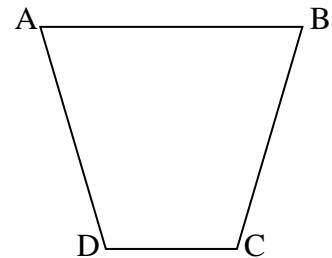
- 1) Vérifier que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a... $\frac{n^2}{n+2} = n - 2 + \frac{4}{n+2}$
- 2) En déduire les valeurs de n pour lesquelles $\frac{n^2}{n+2}$ est un entier

Exercice 4

Soit ABCD un trapèze de bases $[AB]$ et $[CD]$ tel que $AB = 2 CD$

h est l'homothétie qui transforme A en C et B en D

- 1) construire en justifiant le centre de l'homothétie h
- 2) Déterminer le rapport de l'homothétie h
- 3) Déterminer puis construire l'image par h du cercle ξ de diamètre $[AB]$



L. BOURGUIBA - MONASTIR ***** AS 2009/2010 ☆ ☆	Classe : 2 ^{ème} SC ₃ -TI ₁
SUITES REELLES	
	Date : 10/ 02 / 2010

Exercice N°1 indiquer la(ou les) réponse(s) jugée(s) correcte(s)

1. Si la suite (u_n) est arithmétique et si $u_0=3$ et $u_{19} - u_{10} = 45$	<input type="checkbox"/> la raison est -5 <input type="checkbox"/> la raison est 5 <input type="checkbox"/> $u_7 = 33$ <input type="checkbox"/> $u_7 = 38$
2. Si la suite (a_n) est géométrique et si $u_0=1$ et $\frac{a_{10}}{a_5} = 32$	<input type="checkbox"/> La raison est 2 <input type="checkbox"/> La raison est - 2 <input type="checkbox"/> $a_{10} = 1024$ <input type="checkbox"/> $a_{20} = 2048$

Exercice N°2

Préciser la nature des suites suivantes : (déterminer la valeur de r ou q le cas échéant)

$(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$	5n-3	(-3).2 ⁿ	5 ⁿ +7	4	(-1) ⁿ	1-2n
Arithmétique de raison r						

Géométrie de raison q						
ni arithmétique ni géométrique						

Exercice N°3

Israa veut creuser un puits. Le 1^{er} mètre coûte 100D, le 2^{ème} mètre 120D, le 3^{ème} mètre 140D et ainsi de suite en augmentant 20 D à chaque mètre

- Combien coûtera le puits si l'on creuse 25 mètres ?
- Quelle profondeur pourrait-on atteindre si l'on disposait d'un budget de 13120D ?

Exercice N°4

Soit la suite U définie sur \mathbb{N} par
$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = 2 - \frac{1}{U_n} \end{cases}$$

1/a) Calculer U_1 , U_2 et U_3

b) Montrer que $U_{n+1} - U_n \geq 0$

2/ Soit V la suite définie sur \mathbb{N} par : $V_n = 3 + \frac{1}{U_n - 1}$

a) Montrer que V est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme

b) Exprimer V_n en fonction n et en déduire que $U_n = \frac{n+2}{n+1}$

c) Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ et la somme $S = \sum_{k=1}^{50} V_k$

Exercice N°5

On considère la suite (U_n) définie sur \mathbb{N} par : $U_0 = 0$ et $U_{n+1} = \frac{3}{\sqrt{6 - U_n^2}}$, $n \geq 0$

1) Calculer U_1 et U_2 .

2) Soit (V_n) la suite définie sur \mathbb{N} par : $V_n = \frac{U_n^2}{3 - U_n^2}$

a) Montrer que (V_n) est une suite arithmétique de raison 1.

b) Exprimer V_n en fonction de n . En déduire U_n en fonction de n .

Exercice N°6

On considère la suite réelle définie sur \mathbb{N} par :
$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + n - 1; \quad n \geq 0 \end{cases}$$

Soit la suite V définie sur \mathbb{N} par : $V_n = 4u_n - 6n + 15$

1) Montrer que V est une suite géométrique

2) Exprimer V_n en fonction de n . En déduire que $u_n = \frac{19}{4 \cdot 3^n} + \frac{6n - 15}{4}$

3) Montrer que la suite U peut s'écrire sous la forme : $U = t + w$ où t est une suite géométrique et w une suite arithmétique.

4) Exprimer en fonction de n , $T_n = t_0 + t_1 + \dots + t_n$ et $W_n = w_0 + w_1 + \dots + w_n$

5) Exprimer en fonction de n la somme $S = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

Exercice N°7

Soit la suite u définie sur \mathbb{N} par
$$\begin{cases} u_0 = 9 \\ \dots u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2 \end{cases}$$

et v_n la suite définie sur \mathbb{N} par : $v_n = u_n - 3$

1) a. Calculer u_1, u_2

b. En déduire que la suite u_n n'est ni arithmétique ni géométrique

2) a. Montrer que v_n est une suite géométrique

b. Exprimer v_n puis u_n en fonction de n

3) Calculer la Somme $s_n = \sum_{k=0}^{n+1} u_k$

L.BOURGUIBA-MONASTIR

AS 2009/2010

☆☆☆☆

Classe : 2^{ème} SC₃

DEVOIR DE CONTROLE N°3

 Duree : 45mn

Date : / 02 / 2010

Exercice N°1 indiquer la réponse jugée correcte

1) Soit la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par $u_0 = 4$ et $u_{n+1} = -u_n + n + 3$.	a) $u_1 = 1$ b) $u_1 = 0$ c) $u_1 = -1$
2) Si les nombres $(1 - \sqrt{2})$; a et $\sqrt{2}$ sont trois termes consécutifs d'une suite arithmétique alors	a) $a = 0;5$ b) $a = \sqrt{2}$ c) $a = 0;4$
3) un angle qui mesure 10° mesure aussi en radians	a) $\frac{\pi}{10}$ b) $\frac{\pi}{9}$ c) $\frac{\pi}{18}$

Exercice N°2

Soit la suite u définie sur \mathbb{N} par
$$\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = \frac{4u_n - 9}{u_n - 2} \end{cases}$$

1/ Calculer u_1, u_2

2/ Soit v_n la suite définie sur \mathbb{N} par : $v_n = \frac{1}{u_n - 3}$

a- Calculer v_0

b- Montrer que v_n est une suite arithmétique de raison 1

3/ Exprimer v_n en fonction n et en déduire le terme général de u_n

4/ Calculer la somme $S = \sum_{k=1}^{50} v_k$

Exercice N°3

ABCD est un carré direct de centre I ; r est la rotation directe de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$

1) a) construire le point I' image de I par r

b) Montrer que $(BI) \perp (DI')$

2) Un point variable M décrit la droite (BC).

Quel est l'ensemble des points M' images de M par r .

3) Soit R la rotation qui transforme I' en I et A en C.

Montrer que D est le centre de R puis préciser son angle

L - BOURGUIBA- MONASTIR	DEVOIR De SYNTHÈSE N°2	A-S <u>2009/2010</u> ⌚ DUREE : 2 h
PROF:	- MATHÉMATIQUES -	2 ^{ème} SC ₃

EXERCICE N°1

indiquer la réponse jugée correcte

1) Soit n un entier naturel $1+3+5+7+\dots+(2n+1)=$	a) $(2n+1)(n+1)$ b) $(n+1)^2$ c) $\frac{(2n+1)(2n+3)}{2}$
2) $\cos\frac{5\pi}{6} + \sin\frac{5\pi}{6} =$	a) 1 b) $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ c) $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$
3) $\alpha \in [0; \pi]$; Si $\tan\alpha = \frac{-1}{\sqrt{3}}$ alors :	a) $\alpha = \frac{-\pi}{4}$ b) $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\sin\alpha = \frac{1}{2}$
4) $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)\cos\frac{4\pi}{5} - \sin\left(\frac{\pi}{5}\right)\sin\frac{4\pi}{5} =$	a) -1 b) 0 c) 1

EXERCICE N°2

$(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite géométrique telle que : $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 21 \\ \dots u_1 u_2 u_3 \dots = -125 \end{cases}$

1) Démontrer que $(u_2)^3 = -125$, en déduire que la valeur de u_2

2) On suppose de plus que $u_1 < u_3$ déterminer la raison q de la suite u_n et son premier terme

SUITE.....

EXERCICE N°3

Soient les suites u et v définies sur \mathbb{N} par : $u_n = \frac{3n-2+5^n}{2}$ et $v_n = \frac{-3n+2+5^n}{2}$

- 1) a. Calculer u_0, u_1, u_2 et v_0
 b. Vérifier que la suite u_n n'est ni arithmétique ni géométrique

- 2) Soit x_n la suite définie sur \mathbb{N} par : $x_n = u_n - v_n$
 a. Montrer que x_n est une suite arithmétique

b. Calculer la Somme $X_n = \sum_{k=0}^n x_k$

- 3) Soit y_n la suite définie sur \mathbb{N} par : $y_n = u_n + v_n$
 a. Montrer que y_n est une suite géométrique

b. Calculer la Somme $Y_n = \sum_{k=0}^n y_k$

- 4) En déduire les sommes suivantes : $S_n = \sum_{k=0}^n u_k$ et $S'_n = \sum_{k=0}^n v_k$


EXERCICE N°4

Soit $h(x) = (\cos x + \sin x)^2 + (\cos x - \sin x)^2$

1) Calculer $h(\pi)$ et $h\left(\frac{2\pi}{3}\right)$

2) Montrer que pour tout x de l'intervalle $[0; \pi]$ on a : $h(x) = 2$

3) On suppose que : $\cos x + \sin x = \frac{\sqrt{6}}{2}$ calculer $\cos x$ et $\sin x$

L - BOURGUIBA- MONASTIR	DEVOIR De SYNTHÈSE N°2	A-S <u>2009/2010</u>  DUREE : 2 h
	- MATHÉMATIQUES -	2 ^{ème} T.1 _I

EXERCICE N°1

indiquer la réponse jugée correcte

1) $1+2+3+4+5+6+\dots+2010 =$	a. 4044121 b. 2021055 c. 2011
2) $\cos \frac{3\pi}{4} =$	a. $\frac{1}{2}$ b. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ c. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
3) Si la suite (u_n) est arithmétique et si $u_{20} = -56$, $u_{10} = -26$ alors :	a. la raison est 3 b. la raison est 4 c. la raison est -3

EXERCICE N°2

1) Soit $x \in [0; \pi] - \left\{ \frac{\pi}{2} \right\}$, montrer que $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$

2) On suppose que $\tan x = \frac{-1}{\sqrt{3}}$ déterminer alors $\cos x$ puis $\sin x$:

EXERCICE N°3

1) Montrer que pour tout x de l'intervalle $[0, \pi]$ on a : $(\cos x + \sin x)^2 + (\cos x - \sin x)^2 = 2$

2) On suppose que $\cos x + \sin x = \sqrt{2}$ calculer alors :

$\cos x - \sin x$, $\cos x$, $\sin x$ puis l'angle x

SUITE.....

EXERCICE N°4

Soit la suite u définie sur \mathbb{N} par :
$$\begin{cases} u_0 = 9 \\ \dots u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2 \end{cases}$$

et v_n la suite définie sur \mathbb{N} par : $v_n = u_n - 3$

1/ a. Calculer u_1, u_2

b. En déduire que la suite u_n n'est ni arithmétique ni géométrique

2/ a. Montrer que v_n est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{3}$

b. Exprimer v_n puis u_n en fonction de n

3/ Calculer la Somme $s_n = \sum_{k=0}^n v_k$ puis $s_n = \sum_{k=0}^n u_k$

Lycee Bourguiba Monastir
A.S : 2009/2010

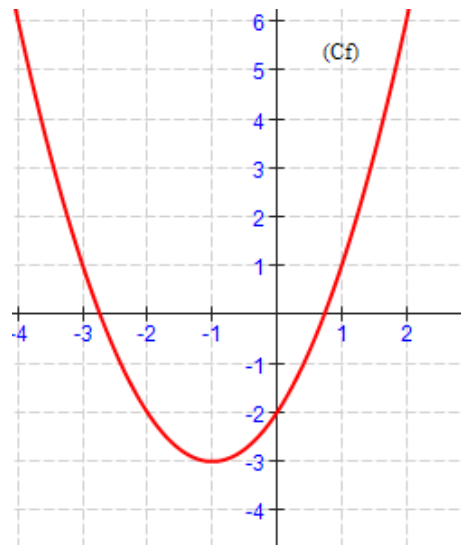
ETUDE DE FONCTIONS (1)

2^{ème} SC₃+INF₂

EXERCICE N°1

(C_f) est la courbe représentative d'une fonction f définie sur \mathbb{R} et paire

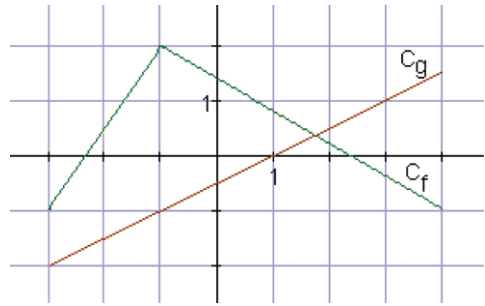
- 1) Déterminer $f(0), f(-1), f(-2)$ puis $f(1)$ et $f(2)$
- 2) Compléter (C_f)
- 3) Étudier les variations de f
- 4) Justifier que $f(x) \geq -3$; pour tout x de \mathbb{R}
- 5) Discuter suivant les valeurs de a , le nombre de solution de l'équation $f(x) = a$
- 6) Tracer (C_{-f})



EXERCICE N°2

Deux fonctions f et g définies sur l'intervalle $[-3; 4]$, sont représentées ci-contre.

- 1) Déterminer $f(-3), f(-1), g(-1), g(1)$ puis $g(3)$
- 2) justifier que $f(x) \leq 2$; pour tout x de $[-3; 4]$
- 3) Résoudre graphiquement les inéquations suivantes :
 - a- $g(x) = f(x)$
 - b- $g(x) > f(x)$
- 4) Montrer que $g(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$, $x \in [-3; 4]$
- 5) Expliciter $f(x)$, pour tout x de $[-3; 4]$
- 6) Représenter les fonctions $|g|$; $f + g$; $h = \sup(f, g)$



EXERCICE N°3

(C_f) est la courbe représentative de f définie sur \mathbb{R} par $f : x \mapsto -\frac{1}{4}x^2$ dans le plan P muni d'un repère orthonormé $(0, \vec{i}, \vec{j})$.

1. Etudier les variations de f puis tracer (C_f) .
2. Soit la fonction g définie par : $g(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 3$ et (Δ) la droite d'équation : $y = x - 1$
 - a- Montrer que (C_g) est l'image de (C_f) par une translation dont on précisera le vecteur
 - b- Tracer (Δ) ; (C_g)
 - c- résoudre graphiquement l'équation : $-\frac{1}{4}x^2 = x - 4$ puis l'inéquation $-\frac{1}{4}x^2 \leq x - 4$
3. Soit $h(x) = -\frac{1}{2}x^2$.
 - a- Montrer que (C_h) est l'image de (C_f) par une homothétie que l'on caractérisera
 - b- Tracer (C_h) partir de (C_f) .

EXERCICE N°4

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 2x^2 - 4x + 1$ désigne par (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(0, \vec{i}, \vec{j})$

- 1) Vérifier que $f(x) = 2(x-1)^2 - 1$
- 2) Etudier les variations de f sur $]-\infty, 1]$ et sur $[1, +\infty[$
- 3) Soit $T : y = 4x - 7$, montrer que T et (C_f) se rencontrent en un point unique A que l'on précisera. T s'appelle la tangente à (C_f) en A
- 4) a- tracer la droite T et la courbe représentative (C_f) .
b- Résoudre graphiquement : $2x^2 - 4x + 1 = 0$

5) Tracer les courbes représentatives (C_g) et (C_h)

avec $g(x) = |2x^2 - 4x + 1|$ et $h(x) = 2x^2 - 4|x| + 1$

EXERCICE N°5

Dans le plan rapporté à un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère

la droite d d'équation : $x + y - 3 = 0$ et le point A de coordonnées $(-2 ; 3)$

1) Soit M $(x ; y)$ un point de d , exprimer la distance AM en fonction de x

2) a- Donner la forme canonique de $g(x) = AM^2$

b- Étudier les variations de la fonction $g : x \mapsto g(x) = AM^2$

c- Déduire le minimum de g

3) En appelant M_0 le point de d d'abscisse x_0 ; vérifier que $\overrightarrow{AM_0}$ est un vecteur normal à d et que AM_0 est la distance du point A à la droite d

EXERCICE N°6 Le plan étant muni d'un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j})

On considère la fonction $f : x \mapsto x^2 + x - 2$

1) Montrer que f admet un minimum en un point S d'abscisse $x = \frac{-1}{2}$

2) préciser la valeur de ce minimum puis la nature de sa courbe représentative C_f

3) a- Montrer qu'une équation cartésienne de la courbe C_f dans le repère (S, \vec{i}, \vec{j}) est $Y = X^2$

b- en déduire la nature de C_f et tracer C_f

EXERCICE N°6

Soit (Δ) la droite d'équation : $y = x - 2$

a- Tracer (Δ) sur le graphique précédent.

b- Calculer les coordonnées des points d'intersection de (C_g) et de la droite (Δ) .

c- Résoudre graphiquement : $x - g(x) \leq 2$.

4. Déterminer graphiquement suivant les valeurs du réel m le nombre de solutions de l'équation : $g(x) = m$.

EXERCICE N°4

onstruire la courbe de la fonction $h(x) = \frac{1}{2}x|x|$, à partir de C_f

1. Soit la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = \frac{1}{2}(x+3)^2$

a- Construire, à partir de C_f , la courbe C_g de la fonction g.

b- En déduire le tableau de variation de la fonction g.

2. Soit la droite $\Delta : y = -x + 2$.

a- Tracer dans le même repère la droite Δ .

- b- Calculer les coordonnées des points d'intersection de la courbe C_g et de la droite Δ .
3. Résoudre graphiquement $(x+3)^2 + 2x > 4$
4. Déterminer suivant les valeurs du réel m le nombre de solutions de l'équation $f(x) = m$.
- 6) a- Déterminer les coordonnées des points d'intersection de (C_f) et la droite Δ
d'équation $y = x$.
- b- Tracer dans le même repère la droite Δ .
- 7) Soit a un réel de l'intervalle $[0, 3]$, la droite d'équation $x = a$ coupe (C_f) en M et (Δ) en N .
- a- Exprimer MN à l'aide de a .
- b- Déterminer a pour que la distance MN soit maximale.
- 8) Soit la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = x|x| - 2x$
- a- Montrer que g est impaire.
- b- Construire, à partir de (C_f) , la courbe (C_g) dans le même repère $(0, \vec{i}, \vec{j})$.
- c- En déduire le tableau de variation de la fonction g .

EXERCICE N°1

Répondre par vrai ou faux et justifier votre réponses :

1) un vecteur directeur de la droite $D : x=6y+1$ est $\vec{u} \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix}$

2) Soit $D : \frac{1}{2}y = -3x$. Une équation de la droite passant par $A(1,5)$ et parallèle à D est $-y+6x-1=0$

3) la distance du point $A(-1,1)$ à la droite $D : 8x-6y+1=0$ est inférieure à 1

4) $A(5,-1)$; $B(3,1)$ Le coefficient directeur de la droite (AB) est 1

5) l'ensemble (E) des points M du plan tels que $x^2 - y^2 = 0$ est un cercle

6) la droite D d'équation $2x-y+1=0$ est tangente au cercle d'équation $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 5$

7) $D : y-x+3=0$, $D' : ax+2y=0$. D et D' sont perpendiculaires ssi $a=1$

8) On considère deux points distinct A et D du plan .l'ensemble (E) des points M du plan tels que \overrightarrow{MA} orthogonal a $\overrightarrow{MD}=0$ est une droite

9)l'ensemble (E) des points M du plan tels que $x^2 + y^2 - mx + 2my = 0$ est un cercle ssi $m=1$

10)Les points A(5,-1) ; B(3,1) ; C(3,-3) et D(1,-1) sont cocycliques(appartiennent a un même cercle)

EXERCICE N °2

On considère dans un repère cartésien (o, \vec{i}, \vec{j}) , la famille de droites $D_m: (m^2+1)x-y-2=0$

1)a- Déterminer m pour que $A(1;3) \in D_m$

b-Déterminer m pour que $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ soit un vecteur directeur de D_m

2) Déterminer m pour que la droite D_m soit parallèle a la droite $D : y= -2x-5$

3) Montrer que toutes les droites D_m ont un point commun I que l'on déterminera

EXERCICE N °3

Soit les droites D et D' d'équations respectives: $12x-5y+3=0$ et $3x+4y-15=0$

1)Démontrer que D et D' sont sécantes en un point I dont on précisera les coordonnées

2)Démontrer que le point A(12,6) est égale distance des droites D et D' (on dit que ce point est équidistant de D et D')

3) Démontrer que l'ensemble des points équidistants de D et D' est la réunion de deux droites perpendiculaires en I

EXERCICE N °4

Le plan est muni d'un repère orthonormé (o, \vec{i}, \vec{j}) . On considère les points A (1,-1) , B (-4,-3) et C (2,5)

1) Déterminer une équation cartésienne de la hauteur du triangle ABC issue de A

2)Déterminer la longueur de cette hauteur

3) En déduire l'aire du triangle ABC

EXERCICE N °5

Soit la droite D d'équation : $x-2y+3 = 0$ et A(-1,4)

1) Déterminer la distance du point A a la droite D

2) a-Déterminer une équation de la droite perpendiculaire a D passant par le point A

b-Déterminer les coordonnées du projeté de A sur D

d- Retrouver la distance du point A a la droite D

3) Déterminer l'équation du cercle ζ passant par A et tangent a la droite D en B(-3;0)

EXERCICE N °6

Le plan est muni d'un repère orthonormé (o, \vec{i}, \vec{j}) .

On considère les points A (5,1) , B (-1,9) et C (0,2)

1)Déterminer l'équation cartésienne du cercle ζ de diamètre $[AB]$.

2)Démontrer que ζ est tangent a l'axe (xx') en un point D que l'on précisera

- 3) a) Vérifier que le point C est à l'extérieur du cercle ζ .
 b) Déterminer une équation cartésienne de (AC)
 c) Montrer que ζ et (AC) sont sécantes et déterminer leurs points d'intersections

EXERCICE N°7 Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

On considère les points A (-2,-3) et B (2,-1) et la droite $(\Delta) y=2x+1$
 Déterminer l'équation cartésienne du cercle ζ passant par A et B et tangent la droite (Δ)

EXERCICE N°8 Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

On considère le cercle ζ d'équation cartésienne $x^2+y^2=4$ et la droite D $x=5/2$

Soit M(5/2 ; m) un point de D et MT une tangente au cercle ζ en T

- 1) Calculer MO et MT en fonction de m
- 2) Ecrire une équation du cercle ζ' de centre M et de rayon MT
- 3) Montrer que le cercle ζ' coupe l'axe des abscisses en deux points fixes lorsque le point M décrit D

EXERCICE N°9 Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

Soit $h(x) = x^2 + 3px$; p paramètre réel

1/ Déterminer le réel p sachant que $h(-3/2)$ est un minimum pour h

2/ Dans la suite on prend p=1

a/ Donner le tableau de variation de h et construire C_h

b/ Résoudre graphiquement l'inéquation $x^2 + 3x + 2 > 0$

3/ Discuter suivant le paramètre p les points d'intersections de C_h et le cercle de centre O et de rayon 1

EXERCICE N°1 Soit le point I(3, 0) et ζ le cercle de centre I, de rayon $2\sqrt{2}$.

a- Montrer que (Δ) est tangente à ζ

b- Déterminer l'équation cartésienne du cercle ζ .

3. On considère le point J(3,-4).

a- Vérifier que le point J est à l'extérieur du cercle ζ .

b- Soit la droite D : $y = x - 7$. Montrer que D est l'une des deux tangentes à ζ passant
 Soit (O, \vec{i}, \vec{j}) un repère orthonormé du plan.

On considère l'ensemble ζ des points M(x, y) tels que $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$

1. Montrer que ζ est un cercle dont on précisera le centre I et le rayon R.
2. Montrer que le cercle ζ coupe la droite des abscisses en deux points dont on déterminera les coordonnées.
3. Montrer que l'axe des ordonnées est tangent à ζ au point

L - BOURGUIBA- MONASTIR	DEVOIR DE CONTROLE N°5	A-S <u>2009/2010</u> ⌚ DUREE : 45mn
-------------------------	-------------------------------	--

EXERCICE N°1

Dans un repère orthonormé, La figure ci-contre

montre une parabole (C_f) définie par

$$f(x) = ax^2 + bx + c ; a \neq 0$$

1) Répondre par vrai ou faux :

a) $f(-3) = 1$ b) $b > 0$

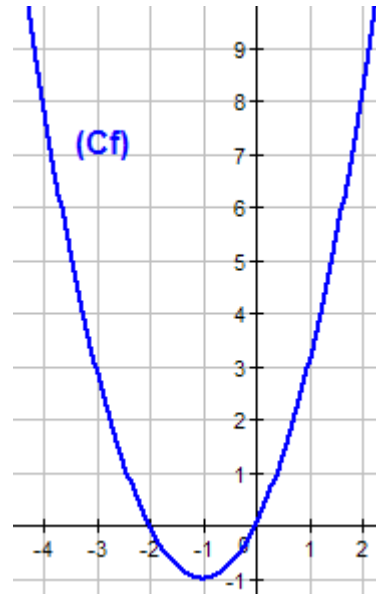
c) l'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution

d) $f(x) = -x^2 + x$, pour tout réel x

2) Donner le tableau de variations de f sur \mathbb{R}

3) Justifier que $f(x) \geq -1$; pour tout x de \mathbb{R}

4) Déterminer les réels a, b, c



EXERCICE N°2

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + x$

1) a- Montrer que f est décroissante sur $[2, +\infty[$

b- Donner la nature de sa courbe C , la représenter dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

2) En utilisant la courbe C montrer que $-\frac{1}{4}x^2 + x < 1$ pour tout $x \in \mathbb{R}$

3) En utilisant C tracer la courbe de g définie par $g(x) = \frac{1}{4}x^2 - x$

4) On donne $A(0; 2)$ et D_m une droite qui passe par A et de coefficient directeur m

a- donner une équation cartésienne de D_m

b- Etudier suivant les valeurs de m le nombre de points d'intersections de C et D_m

c- Pour $m = 1 + \sqrt{2}$ ou $m = 1 - \sqrt{2}$ déterminer les points d'intersections de C et D_m appelées S, F et vérifier que le triangle ASF rectangle en A

EXERCICE N°3 Le plan étant rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . On considère

$$\Delta_m : mx - y + m - 2 = 0, m \text{ est réel et } D : x - y + 1 = 0$$

1) Montrer que pour tout réel m , Δ_m est une droite et donner un vecteur directeur

2) Déterminer m pour que Δ_m soit perpendiculaire à D

3) Montrer que toutes les droites se rencontrent en un point fixe (indépendant de m) que l'on déterminera

4) On suppose que $m=1$ Montrer que l'image de Δ_1 par la translation de vecteur $-2\vec{i}$ est la droite D

2. Calculer les coordonnées du point d'intersection de (D) avec (BC).
3. Montrer que OBC est un triangle isocèle et rectangle en O.
4. Déterminer une équation cartésienne du cercle (\mathcal{C}) circonscrit au triangle OBC.

II/ où m étant un paramètre réel.

1. Montrer que pour tout réel m , (Δ_m) est une droite.
2. Montrer que toutes les droites (Δ_m) passent par un point fixe $A(3, 4)$ quel que soit m .
3. Déterminer la valeur du réel m pour que (Δ_m) soit globalement invariante par la translation de vecteur \vec{j} .

Soit la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - 4$ et P sa courbe représentative dans un repère orthogonal

1/ a) Montrer que $g(x) = \frac{1}{2}(x-1)^2 - \frac{9}{2}$

b) Etudier les variations de g sur $]-\infty, 1]$

c) Tracer P

2/ Discuter graphiquement le nombre de solutions de l'équation $\frac{1}{2}x^2 - x - 4 = m$, m un réel

3/ Soit $h(x) = \frac{1}{2}(x-1)^2$ et P' sa courbe représentative dans le même repère

a) Montrer que P' est l'image de P par une translation que l'on précisera

b) Tracer alors P'

1)

2) $A(1,0)$, $B(0,2)$. Une équation cartésienne de la droite (AB) est :

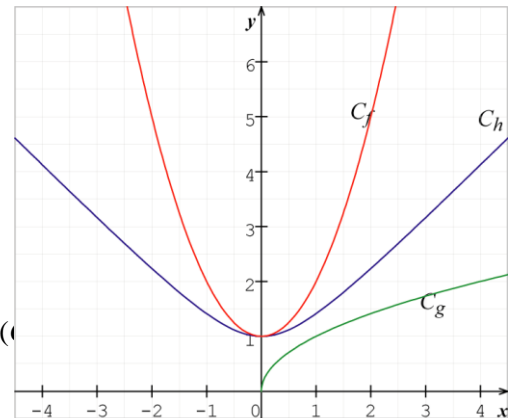
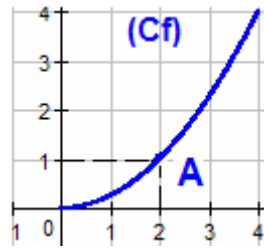
- | |
|--|
| <p>a) $y=2x-1$
b) $y+2x-2=0$
c) $-y+2x-2=0$</p> |
|--|

devoir de contrôle 5

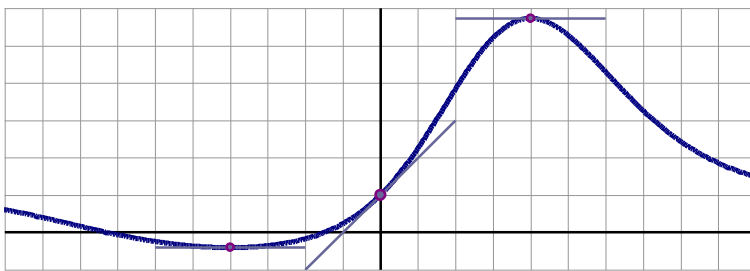
Le plan étant muni d'un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j})

On considère trois points non alignés A ; B et M telque $AB=2x+4$ et la distance du point M a la droite (AB) égale a $5-x$

- 1) Montrer que $x \in]-2;5[$
- 2) Exprimer la mesure de l'aire du triangle AMB en fonction de x
- 3) a- Donner la forme canonique de $f(x) = \text{aire}(\text{AMB})$ et tracer la courbe représentative (C_f).
 b- En déduire la valeur x pour que l'aire du triangle AMB soit maximale
 e- Résoudre graphiquement : $\text{aire}(\text{AMB}) = 6$. Retrouver les résultats à l'aide du calcul



) La figure ci-dessous montre une partie d'une courbe représentative (Cf)



On considère deux points A et D de l'espace et on désigne par I le milieu du segment [AD].

1. Démontrer que, pour tout point M de l'espace, $\vec{MA} \cdot \vec{MD} = MI^2 - IA^2$

l'ensemble (E) des points M de l'espace tels que $\vec{MA} \cdot \vec{MD} = 0$

L - BOURGUIBA- MONASTIR	DEVOIR DE CONTROLE N°5	A-S <u>2009/2010</u> ⌚ DUREE : 45mn
	- MATHÉMATIQUES -	2 ^{ème} T.1 ₁

EXERCICE N°1

Soit la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = -\frac{1}{2}x^2$ et P sa courbe représentative dans un repère orthogonal

1) a- Etudier les variations de g sur $]-\infty, 0]$ b- Donner la nature de P et tracer P

2) Résoudre graphiquement :

a- $-\frac{1}{2}x^2 + 2 = 0$

b- $-\frac{1}{2}x^2 \geq -2$

3) Soit $h(x) = \frac{1}{2}x|x|$

a) Montrer que h est une fonction impaire Tracer alors C_h dans le même repère

b) En déduire le sens de variation de h sur \mathbb{R}

EXERCICE N°3 Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . On considère le point $A(1,1)$

et le vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

1) Ecrire une équation cartésienne de la droite (Δ) passant par A et de vecteur directeur \vec{u}

2) Soit la droite $D : -x - 2y + 3 = 0$.

a- D est-elle parallèle à (Δ) ? b- Déterminer l'équation cartésienne de la droite (Δ') passant par O et perpendiculaire à la droite (D) .

3) Démontrer que (Δ) et (Δ') sont sécantes en un point I dont on précisera les coordonnées

EXERCICE N°3

Dans un repère orthonormal, La figure ci-dessous montre une parabole (C_f)

1) Répondre par vrai ou faux :

a- f est croissante sur $]-\infty, 0]$

b- $f(0) = 1$ est un maximum

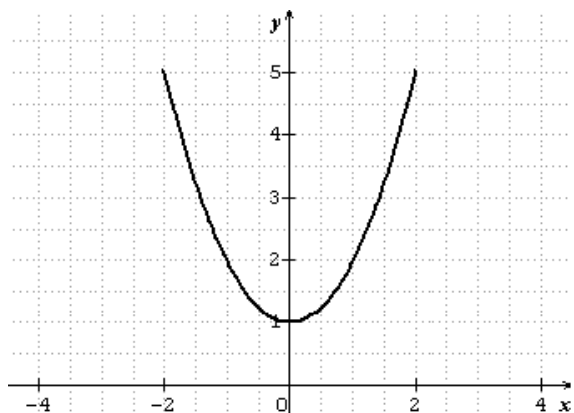
c- l'équation $f(x) = 1$ admet une seule solution

d- $f(x) = -x^2 + 1$, pour tout x réel

2) Etudier les variations de f

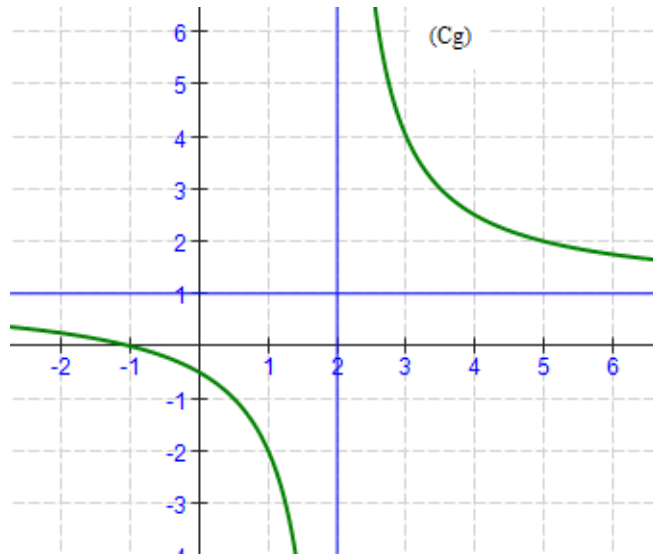
3) Justifier que $f(x) \geq 1$; pour tout x de \mathbb{R}

4) Discuter suivant les valeurs de m , le nombre de solution de l'équation $f(x) = m$



L - BOURGUIBA- MONASTIR	DEVOIR DE CONTROLE N°6	A-S <u>2009/2010</u> ⌚ DUREE : 45mn
	- MATHEMATIQUES -	2 ^{ème} 123

EXERCICE N°1 La figure ci-dessous montre quelques points d'une Hyperbole (C_F) dans repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})



A. Préciser $F(2)$, $F(3)$ et $F(5)$ puis Compléter la courbe (C_F).

B. indiquer la réponse jugée correcte

1. L'asymptote verticale a pour équation :	a. $y=1$	b. $x=1$	c. $y=0$
2. Si l'ensemble des solutions de l'inéquation $ F(x) \geq 2$ est :	a. $[0,1[$	b. $[0,2] - \{1\}$	c. $]-\infty,0] \cup [2,+\infty[$
3. $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) =$	a. 0	b. 1	c. $+\infty$

C. Expliciter $g(x); \forall x \in]-\infty, 1[\cup]1, +\infty[$

.....

.....

.....

.....

.....

D. Tracer dans repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) la courbe (C) sachant que (C) et (C_F) sont symétriques par rapport à la droite $\Delta : x=1$

EXERCICE N°2 Soit $g(x) = \frac{ax-3}{1-x}$, a un réel

1) Pour quelle valeur de a (C_g) n'est pas une hyperbole

.....

.....

2) a-Déterminer la valeur de a pour la droite $\Delta : y=2$ soit une asymptote horizontale a (C_g)

.....

3) On suppose dans toute la suite de l'exercice que a= -2

a-montrer que g est strictement décroissante sur $]-\infty,1[$

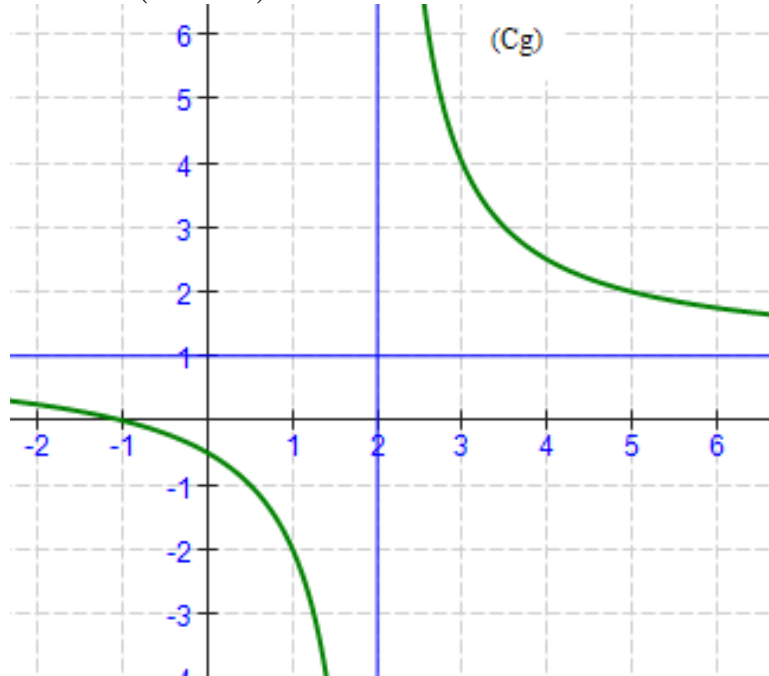
.....

.....

.....

.....

b-Tracer(C_g) dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})



EXERCICE N°3

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

On considère l'ensemble ζ d'équation cartésienne : $x^2+y^2 -x+2y=0$
 et la droite $D : y-2x+1=0$

- 1) Démontrer que ζ est un cercle dont on précisera le centre A et le rayon r
- 2)a- Déterminer la distance du point A a la droite **D**
 b- En déduire que ζ et **D** sont sécants en deux points I et J
 c- Calculer les cordones de I et J
- 3)Soit la droite **T_m** d'équation : $x=2y+m$

Démontrer que ζ et **T_m** sont tangents si et seulement si $m=0$ ou $m=5$

.....

.....

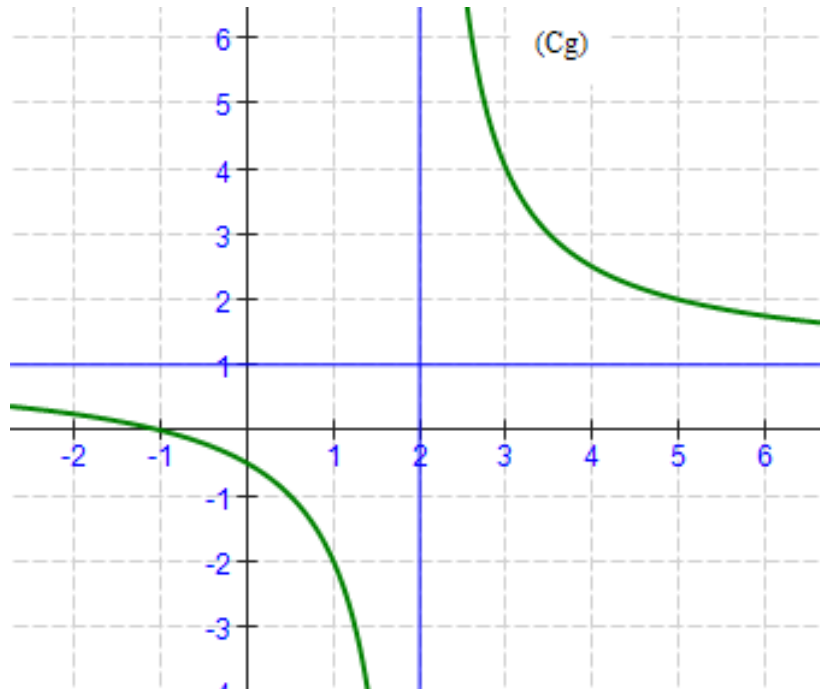
.....

.....

.....

L - BOURGUIBA- MONASTIR	DEVOIR DE CONTROLE N°6	A-S <u>2009/2010</u> ⌚ DUREE : 45mn
	- MATHEMATIQUES -	2 ^{ème} T11

EXERCICE N°1 La figure ci-dessous montre une partie d'une Hyperbole (C_g) dans repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})



Utiliser (C_g) pour répondre aux questions suivantes :

A. Compléter la courbe (C_g) On précisera en particulier $g(-1)$ et $g(1)$

B. indiquer la réponse jugée correcte

1. L'ensemble de définition de g est	a. $\mathbb{R} - \{1\}$ b. $\mathbb{R} - \{2\}$ c. \mathbb{R}
2. Si $g(x) = 4$ alors $x =$	a. 1 b. 2 c. 3
3. $\lim_{x \rightarrow 2^+} g(x) =$	a. $-\infty$ b. $+\infty$ 1 c. 0

C. Dresser le tableau de variation de g

.....

.....

.....

.....

EXERCICE N°2

Soit $g(x) = \frac{-x+2}{1-x}$

1) Préciser la nature, les asymptotes et le centre de (C_g).....

.....

.....

.....

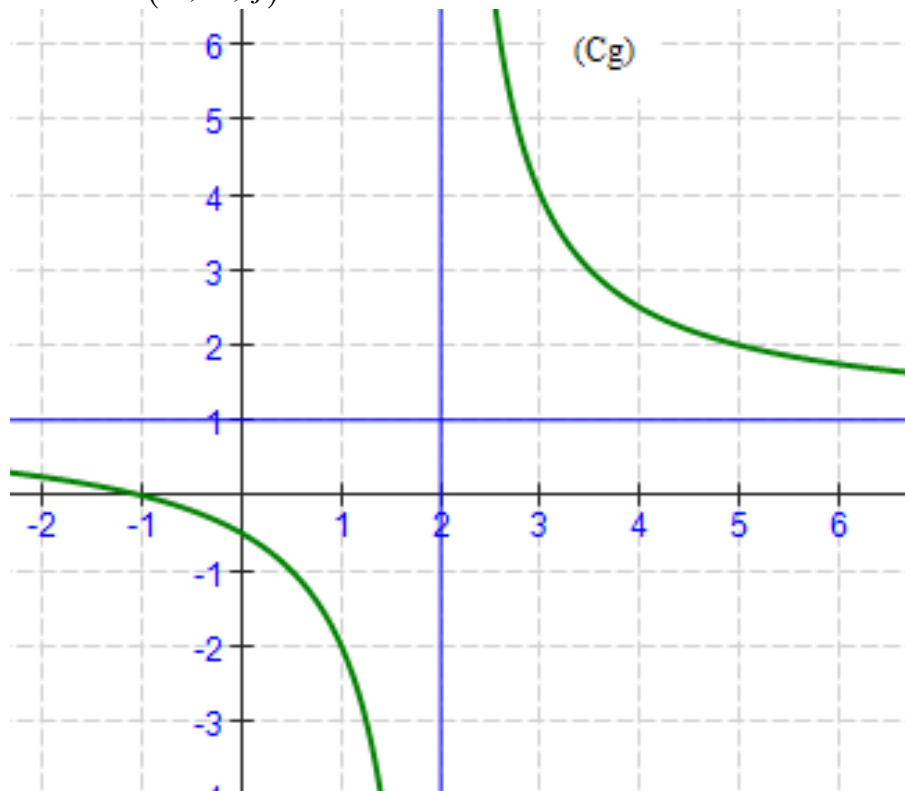
2) Montrer que g est strictement croissante sur $]-\infty, 1[$

.....

.....

.....

3) Tracer (C_g) dans repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})



EXERCICE N°3 Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . On considère le cercle ζ d'équation cartésienne : $(x-1)^2 + y^2 = 2$ et la droite $D : y+x+1=0$

1) préciser le centre A et le rayon r du cercle ζ

.....

2)a- Déterminer la distance du point A a la droite D.....

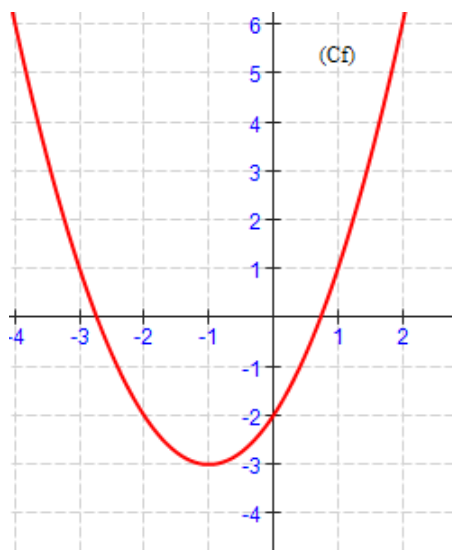
.....

b- Etudier la position relative de ζ et D

.....

<p><i>Lycée Bourguiba Monastir</i> <u>A.S : 2009/2010</u></p>	<p>DEVOIR DE SYNTHESE N°3</p>	<p>2^{ème}L₂</p>
--	--------------------------------------	-------------------------------------

EXERCICE N°1



La figure ci-dessus montre une partie d'une Parabole (C_f) dans repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

1. Déterminer $f(0)$, $f(-1)$, $f(-2)$ puis $f(1)$ et $f(2)$

.....

2. Compléter (C_f)

3. Etudier les variations de f

.....

4. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 1$

.....

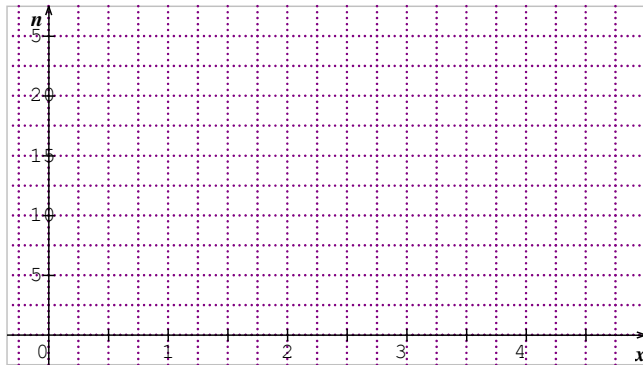
5. Tracer (C_g) avec $g(x) = f(x) + 1$ justifier votre réponses

EXERCICE N°2

Le tableau suivant indique le nombre des frères et des sœurs des élèves d'une classe :

Nombres de frères et sœurs	0	1	2	3
Effectifs	4	14	9	3

1/ Tracer le diagramme en bâton de cette série



2/ Déterminer le mode et la médiane

.....
.....
.....
.....
.....
.....

3/ Calculer la moyenne arithmétique de cette série

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

4/ Donner dans un tableau les fréquences puis les fréquences cumulées croissantes associés a chaque valeur

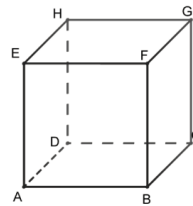
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

<p>Lycée Bourguiba Monastir A.S : 2009/2010</p>	<p>GÉOMETRIE-DANS L'ESPACE + STATISTIQUES</p>	<p>2^{ème} SC3</p>
---	--	----------------------------

EXERCICE N°1

$ABCDEFGH$ est un cube d'arête a .

1) Montrer que A et G sont dans le plan médiateur de $[BE]$ et aussi dans le plan médiateur de $[BD]$

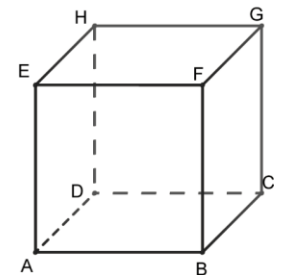


2) En déduire que $(AG) \perp (BDE)$

3) Calculer en fonction de a la distance EC

EXERCICE N°2

Dans la figure ci-contre $ABCDEFGH$ est un cube de cote a . N, P sont les milieux respectifs de $[FG], [GH]$



1) Les affirmations suivantes sont vraies ou fausses?

- a) Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième, alors elles sont parallèles entre elles
- b) Les points A, B, F, N sont coplanaires.
- c) Les droites (NP) et (DB) sont parallèles.
- d) (AH) et (CF) sont orthogonales.
- e) $ABGH$ est un rectangle

2) Montrer que $(EC) \perp (AH)$.

3) Montrer que le plan (ACH) est parallèle à (BEG)

EXERCICE N°3

Montrer que dans un tétraèdre, les trois droites joignant les milieux des arêtes opposées sont concourantes

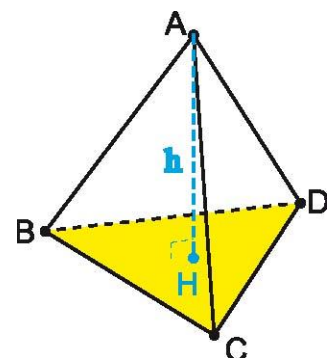
EXERCICE N°4

1) Soit $ABCD$ un tétraèdre, placer les points I, J et K sachant que I le milieu de $[AB]$; J le point tel que $\vec{CJ} = \frac{1}{3}\vec{CD}$ et K le point tel que $\vec{BK} = \frac{1}{4}\vec{BC}$

Déterminer l'intersection des plans (ABJ) et (ADK) puis des plans (CDI) et (ABJ) .

2) On suppose de plus que $ABCD$ est régulier.

- a. Montrer que $(AB) \perp (CD)$.
- b. Soit H le projeté orthogonale de A sur le plan BCD montrer que (CD) est perpendiculaire au plan (ABH)
- c. Exprimer le volume du tétraèdre $ABCD$ en fonction de AB et h



EXERCICE N°5 A partir d'une enquête portant sur le nombre

d'enfants de 200 familles on a établi le tableau statistique suivant

Nombre d'enfants	0	1	2	3	4	5	6
Effectif	18	32	66	41	32	9	2

- 1) Représenter la série à l'aide d'un diagramme en bâton
- 2) Calculer les fréquences cumulées croissantes
- 3) a) Tracer le polygone des fréquences cumulées croissantes
b) Déduire graphiquement une valeur approchée de la médiane, le premier quartile et le troisième quartile
- 4) Tracer le diagramme en boîte de cette série
- 5) Calculer la moyenne et l'écart type de cette série.

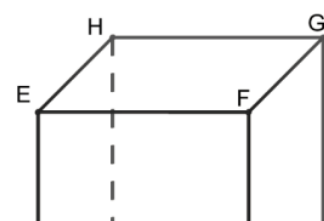
EXERCICE N°6

On donne dans le tableau suivant les statistiques concernant l'âge des demandeurs d'emploi inscrits auprès d'un bureau d'emploi durant un mois.

Age	[18, 22[[22, 26[[26, 30[[30, 34[[34, 38[
EFFECTIF	12	36	32	13	10

- 1) Tracer l'histogramme de cette série
- 2) Déterminer les centres de classes
- 3) Déterminer l'âge moyen des demandeurs d'emploi
- 4) a) Tracer le polygone des effectifs cumulés croissants
b) Déduire graphiquement une valeur approchée de la médiane, le premier quartile et le troisième quartile
c) Déterminer par la méthode d'interpolation polaire la médiane
- 5) Calculer la moyenne et l'écart type de cette série.

L - BOURGUIBA- MONASTIR	DEVOIR DE SYNTHESE N°3	A-S <u>2009/2010</u> ⌚ DUREE : 2h
PROF: HAFEDH	- MATHEMATIQUES -	2 ^{ème} sc ₃



EXERCICE N°1

Dans la figure ci-contre $ABCDEFGH$ est un cube de cote a .

I, J sont les milieux respectifs de $[AB], [BC]$

- 1) Les affirmations suivantes sont vraies ou fausses?
 - a) Les droites (AF) et (DH) sont coplanaires.
 - b) Les droites (IJ) et (EG) sont parallèles.
 - c) Les droites (BG) et (DE) sont orthogonales.
- 2) Démontrer que la droite (EC) est orthogonale à la droite (AF) .
- 3) Démontrer que le plan (BDE) est parallèle à (CFH)
- 4) Calculer la distance AG en fonction de a

EXERCICE N°2

La série suivante donne le chiffre d'affaire en milliers de dinars des 200 magasins d'une chaîne de distribution

Chiffre d'affaires	[100 ; 150[[150 ; 200[[200 ; 250[[250 ; 300[[300 ; 350[
effectif	20	60	30	50	40

- 1) Tracer l'histogramme de cette série
- 2) Déterminer les centres de classes
- 3) Déterminer le chiffre d'affaire moyen
- 4) a) Tracer le polygone des effectifs cumulés croissants
 - b) Déduire graphiquement une valeur approchée de la médiane, le premier quartile et le troisième quartile
 - c) Déterminer par la méthode d'interpolation polaire la médiane
- 5) Calculer la variance et l'écart type de cette série.

1/2

EXERCICE N°3

Soit la droite D d'équation : $3x - 4y + 1 = 0$ et $I(0,1)$

- 1) Déterminer la distance du point I à la droite D
- 2) a- Déterminer une équation de la droite perpendiculaire à D passant par le point I

b-Déterminer les coordonnées du projeté de I sur D

c-Retrouver la distance du point I a la droite D

3) Déterminer l'équation du cercle ζ passant par I et tangent a la droite D en J(1;1)

EXERCICE N°4

Le plan étant muni d'un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j})

On considère trois points non alignés A ; B et M telque $AB = 2x + 4$ et la distance du point M a la droite (AB) égale a $5 - x$

1) Montrer que $x \in]-2,5[$

2) Montrer que la mesure de l'aire du triangle AMB est égale a $-x^2 + 3x + 10$

3) a-Donner la forme canonique de $f(x) = \text{aire}(\text{AMB})$ et tracer la courbe représentative (C_f) .

b-En déduire la valeur x pour que l'aire du triangle AMB soit maximale

c-Résoudre graphiquement : $\text{aire}(\text{AMB}) = 6$.Retrouver les résultats a laide du calcul

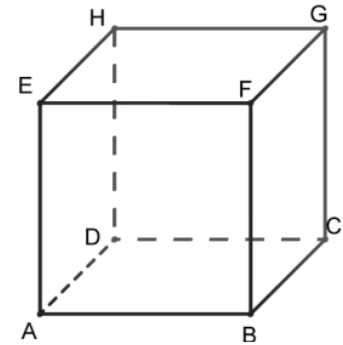
L - BOURGUIBA- MONASTIR	DEVOIR DE SYNTHESE N°3	A-S <u>2009/2010</u> ⌚ DUREE : 2h
PROF: HAFEDH ELHOUCHEH	- MATHEMATIQUES -	2 ^{ème} ti ₁

EXERCICE N°1

Dans la figure ci-contre $ABCDEFGH$ est un cube de cote a .

1) Les affirmations suivantes sont vraies ou fausses?

- Les points E, F, H et C sont coplanaires.
- Les droites (AF) et (EG) sont parallèles.
- Les droites (AF) et (DH) sont coplanaires.
- (GC) est perpendiculaire au plan (ABC) .



2) Démontrer que Les droites (BG) et (DE) sont orthogonales

3) Calculer la distance AG en fonction de a

EXERCICE N°2

La série suivante donne le chiffre d'affaire en milliers de dinars des 200 magasins d'une chaîne de distribution

Chiffre d'affaires	[100 ; 150[[150 ; 200[[200 ; 250[[250 ; 300[[300 ; 350[
effectif	20	60	30	50	40

1) Tracer l'histogramme de cette série

2) Déterminer les centres de classes

3) Déterminer le chiffre d'affaire moyen

4) a) Tracer le polygone des effectifs cumulés croissants

b) Déduire graphiquement une valeur approchée de la médiane, le premier quartile et le troisième quartile

5) Calculer la variance et l'écart type de cette série.

EXERCICE N°3 Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

On considère l'ensemble ζ d'équation cartésienne : $x^2 + y^2 - x + 2y = 0$

et la droite D : $y - 2x + 1 = 0$

1) Démontrer que ζ est un cercle de centre $A(\frac{1}{2}, -1)$ et le rayon $r = \frac{\sqrt{5}}{2}$

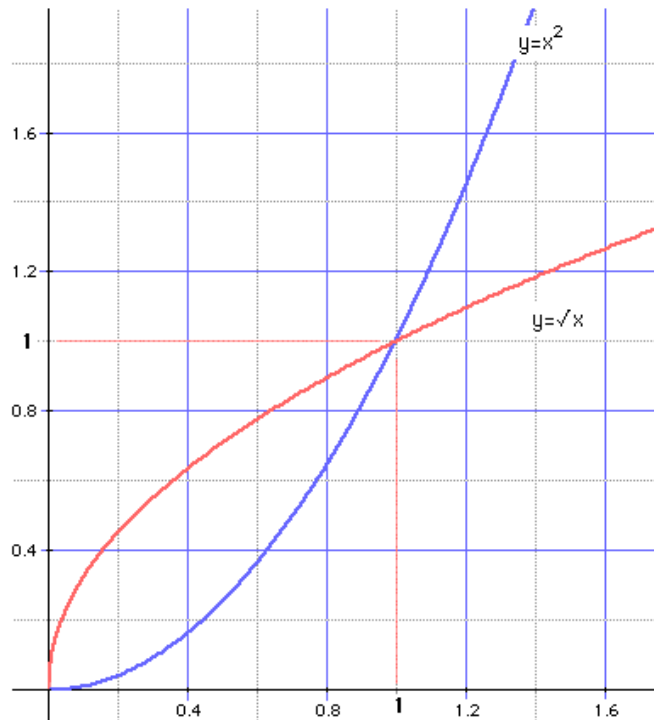
2) a- Déterminer la distance du point A à la droite D

b- En déduire que ζ et D sont sécants en deux points I et J

c- Calculer les coordonnées de I et J

3) Soit la droite T d'équation : $x=2y$ Démontrer que ζ et T sont tangents

EXERCICE N°4 Soit f, g deux fonctions définies sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = x^2$ et $g(x) = \sqrt{x}$



Parmi les deux représentations graphiques ci-dessus C_1 et C_2 , une représente la fonction f et une autre représente la fonction g

1) Déterminer la courbe associée à la fonction f et celle associée à la fonction g

Vous expliquerez avec soin les raisons de votre choix

2) Résoudre graphiquement dans $[0; +\infty[$ l'inéquation $x^2 \leq \sqrt{x}$

3) Étudier la position relative des deux courbes C_1 et C_2

4) Tracer la courbe de h avec $h(x) = \sup(x^2, \sqrt{x})$ puis donner son tableau de variation

Répondre par vrai ou faux en justifiant a chaque fois la réponse

3) a-l'equation

Résoudre graphiquement l'inéquation $x^2 \geq \sqrt{x}$

3) Etudier le position relative des deux courbes C_1 et C_2

4) Tracer la courbe de h avec $h(x) = \sup(x^2, \sqrt{x})$ puis donner son tableau de varia

Histogramme

Si les données sont regroupées en classes (intervalles), la série peut être représentée par un histogramme. Dans un histogramme ce sont les aires des rectangles qui correspondent aux effectifs. (Dans un diagramme à barres ou à bandes, ce sont les hauteurs des barres qui correspondent aux effectifs)

Exemple

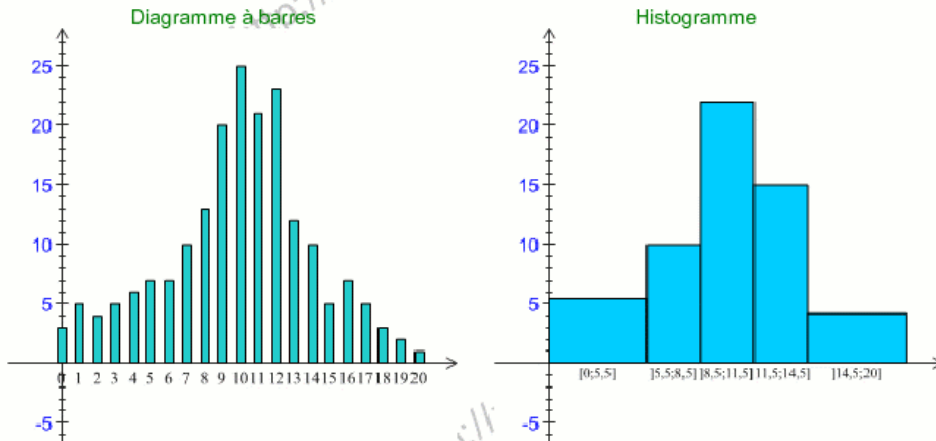
On considère la série :

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
n_i	3	5	4	5	6	7	7	10	13	20	25	21	23	12	10	5	7	5	3	2	1

Si on regroupe les valeurs dans des classes, on obtient par exemple :

x_i	[0 ; 5,5]]5,5 ; 8,5]]8,5 ; 11,5]]11,5 ; 14,5]]14,5 ; 20]
n_i	30	30	66	45	23

On peut alors faire les représentations graphiques correspondantes :



Exercice 08 (voir [réponses et correction](#))

Un entomologiste a fait des relevés sur la taille de 50 courtilières adultes.



33 35 36 36 37 37 37 38 38 38 39 39 39 39 40 40 40 40 40 41 41 41 41 41 41 41 41 41 41 42 42 42 42 43 43 43 43 44 44 44 44 45 45 45 46 46 47 47 48 48 50

1°) Organiser les relevés dans le tableau d'effectifs suivant :

Valeur	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
Effectif																		
Effectif cumulé croissant																		

2°) Représenter les données par un diagramme à barres. Un diagramme circulaire serait-il intéressant ?

3°) Calculer la moyenne de la série. Déterminer sa médiane.

4°) Déterminer le 1er et le 3ème quartile puis le 1er et le 9ème décile.

5°) Construire le diagramme en boîte correspondant à la série (voir éventuellement page suivante).

6°) On regroupe les données en classes, c'est-à-dire en intervalles.

Compléter le tableau des effectifs suivants :

Valeur	[33 ; 37[[37;40[[40 ; 42[[42 ; 44[[44 ; 47[[47 ; 51[
Effectif						

Dessiner l'histogramme correspondant.

Introduction : la statistique est un ensemble des méthodes mathématiques qui permettent de prendre des décisions sur la résolution des problèmes sociaux, économiques, agricoles,...

Langages statistiques : Toute étude de statistiques concerne un ensemble appelé population et dont les éléments sont appelés individus.

L'étude consiste à analyser une (ou plusieurs) variable X observée sur les individus, cette variable est appelée un caractère, il y a deux types de caractères :

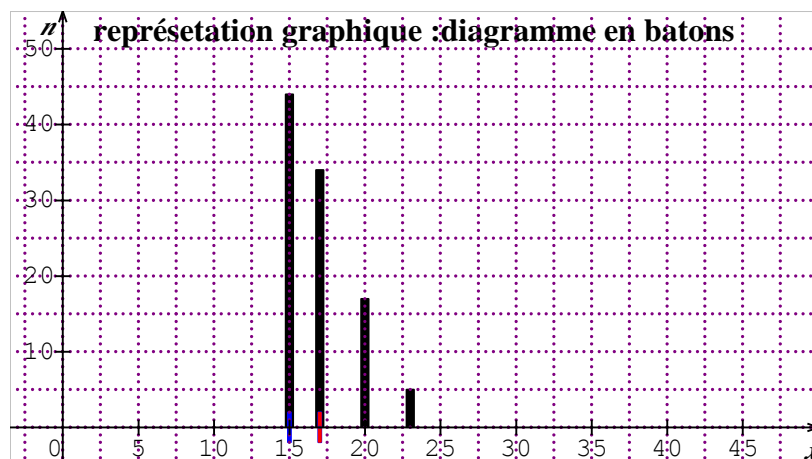
1. **Caractère quantitatif** : lorsque les valeurs sont exprimées à l'aide des nombres réels. Il y a deux types : **Caractères quantitatif discret** : utilisation des nombres finis de valeurs et **Caractères quantitatif continue** : utilisation des intervalles de IR
2. **Caractère qualitatif** : autre que quantitatif, n'est pas mesurable.

Exemple1 :

- La moyenne, l'âge, le poids, la taille sont des caractères quantitatifs (s'expriment par des nombres réels)
- Le sexe, la couleur, la mention sont des caractères qualitatifs

Exemple2 : Caractères quantitatif discret : Une étude statistique porte sur les âges de 100 personnes a donne le tableau suivant

Le caractère x_i	15	17	20	23
L'effectif n_i	44	34	17	5



I) Série statistique :

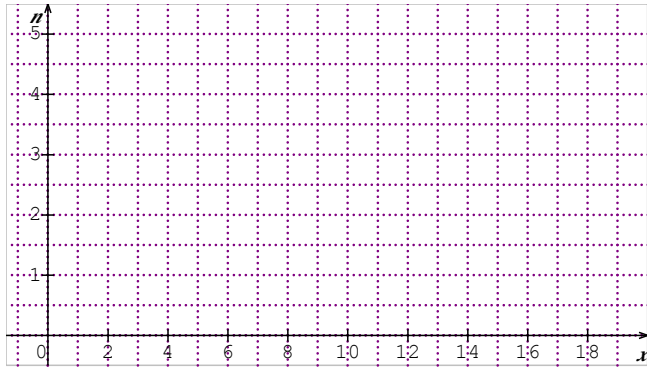
A- Variable discrète :

1- Moyenne - Médiane - Quartiles

Activité : 14 élèves d'une classe ont obtenu les notes suivantes en mathématiques :

Notes (x)	2	6	7	8	9	11	12	15
Effectifs (n)	1	2	3	1	1	1	4	1

- 1) Construire le diagramme en bâtons de cette série statistique



2) Déterminer l'étendue e de cette série :

3) Déterminer le mode de cette série statistique.....

.....

Calculer la moyenne \bar{X} de cette série statistique. $\frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i}{N}$

4) On considère la liste des notes ordonnées par ordre croissant.

2, 6, 6, 7, 7, 7, 8, 9, 11, 12, 12, 12, 12, 15

a- On note M_e la moyenne des deux valeurs centrales $M_e = \dots\dots\dots$

b- le pourcentage des élèves ayant une note supérieur à 8 ;5 est

- le pourcentage des élèves ayant une note inférieure à 8 ;5 est

Définition : Soit $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \dots \leq x_p$ les valeurs d'une série statistique ;rangées dans l'ordre croissant (des termes successifs peuvent éventuellement être égaux) On appelle médiane d'une série note M_e la valeur centrale si l'effectif total N est impaire ou la moyenne des deux valeurs centrales si N est pair

Pour déterminer la médiane d'une série à valeurs discrètes :

- On classe les individus suivant les valeurs du caractère dans l'ordre croissant
- Si l'effectif total N est impair, la médiane est la valeur de l'individu de rang $\frac{N+1}{2}$
- Si l'effectif total N est pair, la médiane est la valeur moyenne des 2 individus de rang $\frac{N}{2}$ et $\frac{N}{2} + 1$

Quartiles : On considère les deux séries suivantes :

S_1 la série des notes inférieures à M_e : 2 ; 6, 6, 7, 7, 7, 8

S_2 la série des notes supérieures à M_e : 9 ;11, 12, 12, 12, 12, 15

a) Déterminer la médiane Q_1 de la série S_1

b) Déterminer la médiane Q_3 de la série S_2

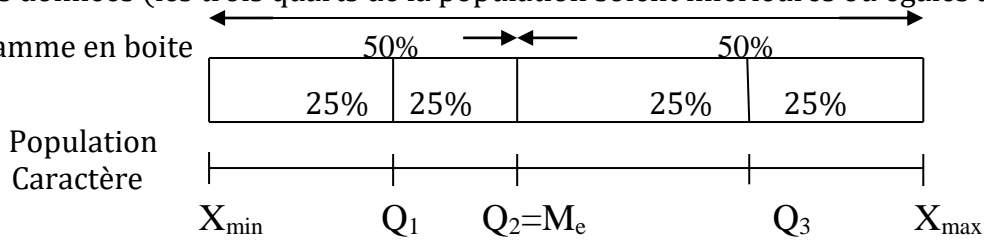
le pourcentage des élèves ayant une note inférieure à Q_1 est

Définition :

- Le premier quartile Q_1 est le plus petit nombre de la série telque au moins 25 %des données (le quart de la population) soient inférieures ou égales a ce nombre Q_1

- Le troisième quartile Q_3 est le plus petit nombre de la série t tel que au moins 75% des données (les trois quarts de la population soient inférieures ou égales à Q_3)

Diagramme en boîte



- L'intervalle $[Q_1, Q_3]$ s'appelle intervalle interquartile
- Le deuxième quartile $Q_2 = M_e$

Calcul pratique de Q_1 et Q_3 Q_1 (respectivement Q_3) est la valeur x_i du caractère tel que i est le plus petit entier $\geq \frac{n}{4}$. (res. $\geq \frac{3n}{4}$).

B - Variable continue

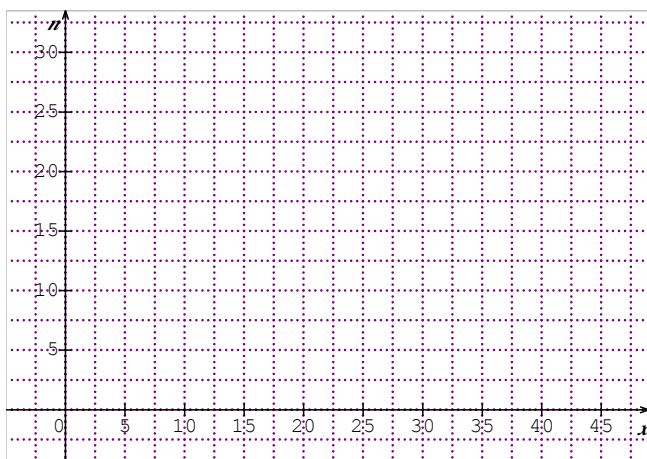
1-Moyenne - Médiane - Quartiles

Activité : On a relevé le poids de $N = 100$

enfants

classes	[15, 20[[20, 25[[25, 30[[30, 35[[35, 40[[40, 45[
n_i	4	10	11	30	26	19
Les centres (x_i)						
$n_i x_i$						
E_i ↗						
E_i ↘						

1) Compléter le tableau ci-dessus, puis Construire l'histogramme de cette série



2) Déterminer l'étendue e ; la classe modale et la moyenne \bar{X} de cette série :

.....

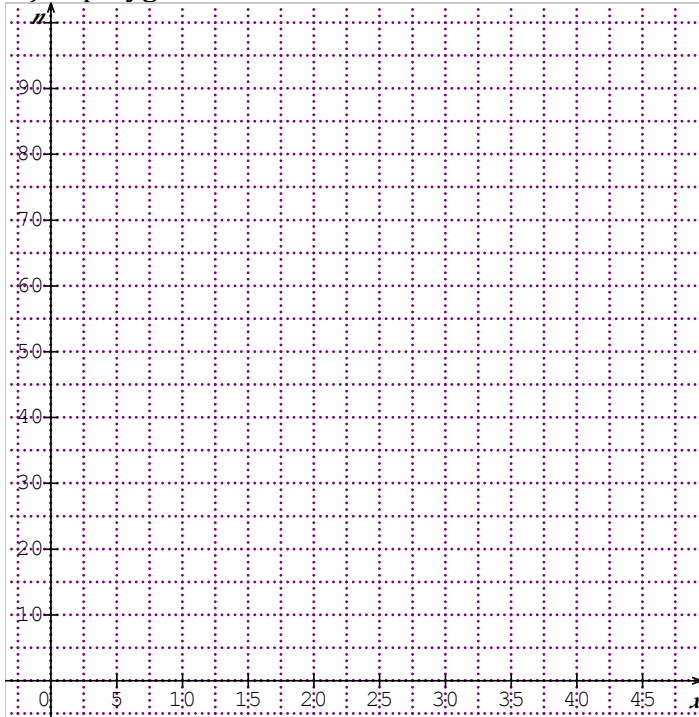
.....

.....

Polygone des effectifs cumulés croissants :

- a) Placer dans un repère orthogonal, les points $M_1(15, 0)$; $M_2(20, 4)$; $M_3(25, 14)$; $M_4(30, 25)$; $M_5(35, 55)$; $M_6(40, 81)$; $M_7(45, 100)$

b) Le polygone des effectifs cumulés croissants est la ligne brisée joignant les points M_i



Polygone des effectifs cumulés

- c) Déterminer à partir de ce polygone une valeur approchée de M_e , Q_1 et Q_3

.....

.....

.....

.....

.Methode d'interpolation polaire-

- 1)a) Vérifier que la médiane M_e se trouve dans la classe $[30 ; 35[$.
 b) dans quel intervalle se trouve le premier quartile Q_1 ? le troisième quartile Q_3 ?
 2) Pour calculer une valeur approchée de la médiane M_e , on fait l'hypothèse que les valeurs de la série sont réparties uniformément dans la classe $[30 ; 35[$.

a) Expliquer la relation: $\frac{M_e - 30}{50 - 20} = \frac{35 - 30}{81 - 25}$

Poids	30	Me	35
Effectif cumulé croissant	25	50	81

- b) Calculer une valeur approchée arrondie au dixième de la médiane M_e
 c) Calculer de la même façon Q_1 et Q_3 .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2-Ecart type : On considère le tableau suivant indiquant la répartition de 100 enfants selon le poids

Les centres x_i	17,5	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5
Les effectifs n_i	4	10	16	30	21	19

1) a) Calculer le nombre :

$$V = \frac{n_1(x_1 - \bar{X})^2 + n_2(x_2 - \bar{X})^2 + n_3(x_3 - \bar{X})^2 + n_4(x_4 - \bar{X})^2 + n_5(x_5 - \bar{X})^2 + n_6(x_6 - \bar{X})^2}{100}$$

ou $V =$

$$\frac{\sum_{i=1}^{i=p} n_i x_i^2}{N} - \bar{X}^2$$

.....

.....

.....

b) Calculer $\sigma = \sqrt{V}$

RETENONS :

Soit la série statistique donnée par le tableau suivant :

Valeurs du caractère	x_1	x_2 x_p
Effectifs	n_1	n_2 n_p

- La moyenne de cette série est $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i}{N} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_p x_p}{N}$
- La variance de cette série est le réel $V = \frac{n_1(x_1 - \bar{X})^2 + n_2(x_2 - \bar{X})^2 + \dots + n_p(x_p - \bar{X})^2}{N}$

$V =$ la moyenne des carrés - le carré de la moyenne $V = \frac{\sum_{i=1}^{i=p} n_i x_i^2}{N} - \bar{X}^2$

- L'écart type σ est la racine carré de la variance, $\sigma = \sqrt{V}$

3- application : On considère le tableau suivant indique les températures t et t' , durant 5 jours dans 2 villes A et B

t_i	0	3	2	6	4
t'_i	-2	1	3	8	5

2) a) Calculer T_A la température moyenne durant les 5 jours pour la ville A

.....

.....

b) Calculer T_B la température moyenne durant les 5 jours pour la ville B

.....

 3) a) Sur une droite graduée, placer les points d'abscisses les températures t_i relevées dans la ville A ainsi que le point M d'abscisse T_A

b) Sur la même droite et avec une autre couleur, placer les points d'abscisses les températures t'_i relevées dans la ville B ainsi que le point N d'abscisse T'_B

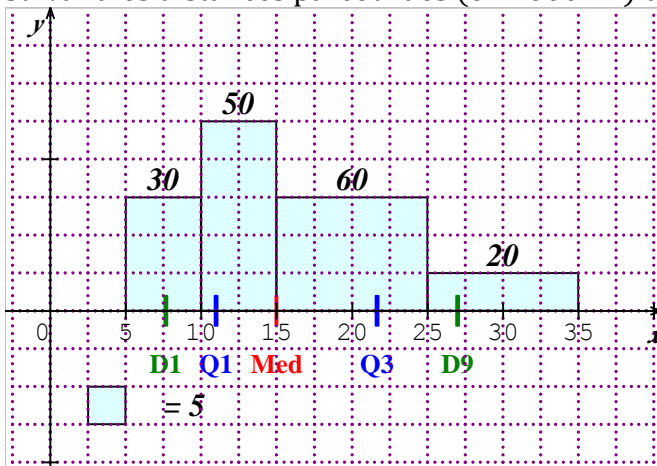
4) Comparer graphiquement la dispersion des valeurs prises par les températures de chaque ville par rapport à sa température moyenne

5) a) Calculer les écarts types σ_A et σ_B :

b) Les résultats trouvés confirment-ils la réponse de la question 3

4- classe d'amplitudes Inégales :

Activité : L'histogramme ci-dessous donne la répartition des véhicules d'une société suivant les distances parcourues (en 1000km) durant trois mois :



1) Combien de véhicules ont parcourus plus que 25000 km ?

2) Déterminer le nombre de véhicules dans cette société

3) Calculer la distance moyenne parcourue durant les trois mois

