Série d'exercices N° 13 (Généralités sur les fonctions)

Exercice 1 :

Déterminer l'ensemble de définition de chacun des fonctions suivantes :

a) $f(x) = 2 - \dfrac{1}{x}$ b) $f(x) = \dfrac{8}{x-3}$ c) $f(x) = \dfrac{x+3}{2x+1}$

d) $f(x) = 2 + \sqrt{x}$ e) $f(x) = \sqrt{4-x}$ f) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{-x^2-4x+5}}$

Exercice 2 :

$f(x) = x^2 - 6x + 5$

1) Vérifier qu'il existe un réel a tel que $f(x) = (x-3)^2 + a$
2) En déduire le sens de variation de f sur $]-\infty, 3[$ et sur $]3, +\infty[$.
3) Dresser le tableau de variations.

Exercice 3 :

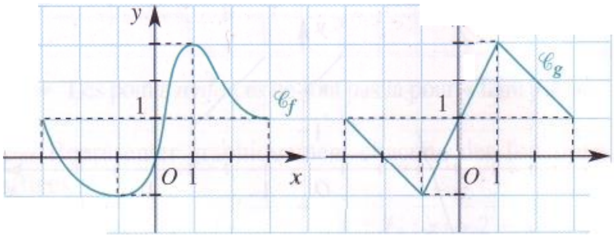
$f(x) = \dfrac{2x+1}{x+1}$

1) Quel est l'ensemble de définition D de f ?
2) Vérifier l'égalité $f(x) = 2 - \dfrac{1}{x+1}$
3) En déduire le sens de variation de f sur $]-\infty, -1[$ et sur $]-1, +\infty[$

Exercice 4 :

Les courbes suivantes sont les représentations graphiques de deux fonctions f et g définies sur [- 3, 3] :

1) Dresser les tableaux de variation de f et de g
2) Le tableau de variation suffit-il pour connaître une fonction ?



Exercice 5:

$f(x) = x(1-x)$

1) Vérifier l'égalité $f(x) = \dfrac{1}{4} - \left(x - \dfrac{1}{2}\right)^2$
2) En déduire le sens de variation de f sur $\left]-\infty, \dfrac{1}{2}\right]$ et sur $\left[\dfrac{1}{2}, +\infty\right[$
3) Dresser le tableau de variations.

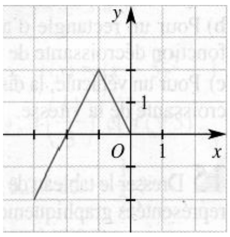
Exercice 6 :

La figure ci-contre montre une partie de la courbe représentative d'une fonction f définie sur IR :

Compléter le tracé en supposant que :

a) f est paire

b) f est impaire.



Exercice 7:

La fonction f est définie sur l'intervalle I = [-5; 3] et a pour tableau des variations le tableau ci-dessous.

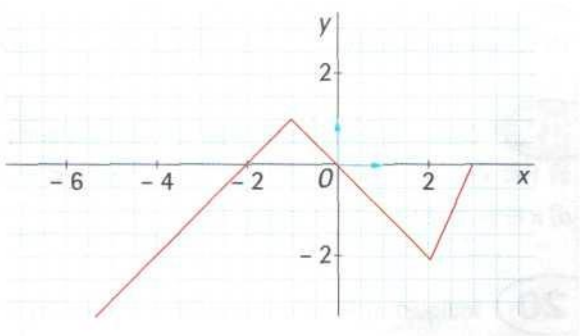
x	-5	-2	-1	1	3
$f(x)$	-1 ↗	0 ↗	3 ↘	-2 ↗	4

1) Sur quels intervalles f est-elle croissante? décroissante?
2) Préciser le maximum et le minimum de f sur I.
3) Comparer, si c'est possible : f (-4) et f(-3) ; f(-1) et f(0) ; f(-2) et f(2).

Exercice 8 :

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [- 6 ; 3] et ζ sa courbe représentative.

1) Déterminer les images de - 1, 0 et 2 par f.
2) Exprimer f(x) en fonction de x selon les valeurs de x.
3) Dresser le tableau des variations de f.



Exercice 9 :

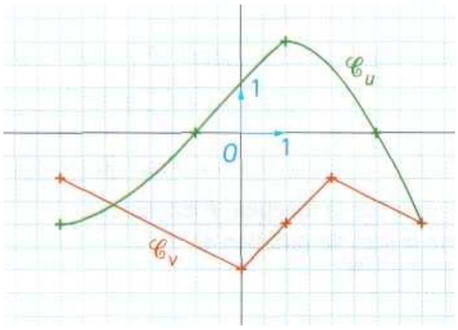
On a représenté ci-dessous le tableau de variation d'une fonction f :

x	-4	-2	1	5
f(x)	6 ↘	3 ↗	4 ↘	0

Tracer trois allures différentes possibles de la courbe représentative de f .

Exercice 10 :

u et v sont deux fonctions définies sur l'intervalle [-4; 4] et leurs courbes représentatives ζ_u et ζ_v.



On considère la fonction f définie sur [-4; 4] par f = $\dfrac{u}{v}$

1) Calculer f (- 4), f (0) et f (1).
2) Résoudre graphiquement l'équation f(x) = 0.
3) Déterminer le signe de f(x) en fonction des valeurs de x.

Exercice 11 :

Une fonction f est définie sur [-2; 5] et possède les propriétés suivantes :

- ✶ f est croissante sur [- 2 ; 3];
- ✶ f est croissante sur [3 ; 5];
- ✶ f (- 2) = - 7 ; f (3) = 2 ; f (5) = - 1.

1) Encadrer f(x) pour $x \in [-2 ; 5]$.
2) Ordonner et encadrer f (a) et f (b) dans chacun des cas suivants :
   a) $-2 < a \leq b < 3$
   b) $3 \leq a \leq b \leq 5$.

Exercice 12 :

Sur la figure suivantes, on a représenté les courbes ζ_f et ζ_g représentent les fonctions numériques f et g définies sur IR par : $f(x) = x^2$ et $g(x) = 2 - x$.

1) Déterminer graphiquement puis algébriquement, les coordonnées des points d'intersection de deux courbes.
2) Résoudre graphiquement
   a) f(x) = 1
   b) $f(x) \leq g(x)$.
3) On considère la fonction h définie sur IR par : h(x) = f(x) – g(x).
   a) Vérifier que $h(x) = \left(x + \dfrac{1}{2}\right)^2 - \dfrac{9}{4}$
   b) Montrer que h admet un minimum que l'on précisera.
   c) Montrer que h est décroissante sur $\left]-\infty, -\dfrac{1}{2}\right]$ et croissante sur $\left[-\dfrac{1}{2}, +\infty\right[$ puis dresser le tableau de variation de h.
   d) Sachant que 0 < x < 1, encadrer h(x).
4) On considère la fonction φ telle que $\varphi(x) = \dfrac{x^2}{2 - |x|}$
   a) Déterminer l'ensemble de définition deφ.
   b) Montrer que φ est une fonction paire.