

Exercice 1:

Soit x un nombre réel et soit $F = (x + 1)(x + 3) - x(x + 2)$

- 1) Développer et simplifier F.
- 2) On pose $a = 10001 \times 10003 - 10^4 \times 10002$

Sans utiliser la calculatrice et en utilisant la question précédente donner la valeur de a.

Exercice 2: 1) On pose $x = \frac{\sqrt{2} - 3}{1 + \sqrt{2}}$

a) Démontrer que $x = 5 - 4\sqrt{2}$

b) Sachant que $1,41 \leq \sqrt{2} \leq 1,42$ donner sans calculatrice un encadrement de x.

- 1) On donne $A = \frac{a^2 - 1}{1 + a^2}$ et $B = \frac{2a}{1 + a^2}$, avec a réel quelconque. Montrer que les nombres A; B et $A^2 - B^2$ appartiennent à l'intervalle [-1, 1].

Exercice 3: Soit x un réel strictement positif

- 1) a) Comparer $(1 + x)^2$ et $1 + 2x$
- b) lequel est plus grand $(1,0000000000000003)^2$ ou $1,000000000000006$

2) a) Comparer $\frac{1}{1+x}$ et $1 - x$.

b) Comparer $\frac{1}{1,000000001}$ et $0,999999999$

3) Soit $0 < x < 1$ et soient $a = \frac{1+x}{1-x}$ et $b = 1 + 2x$

a) Calculer $a - b$ et comparer a et b.

b) Comparer $\frac{1,000000001}{0,999999999}$ et $1,000000002$

Exercice 4:

1) soit $x = \sqrt{5\sqrt{2} + \sqrt{14}}$ et $y = \sqrt{5\sqrt{2} - \sqrt{14}}$

a) Calculer x.y et $(x + y)^2$.

b) Ecrire plus simplement $\frac{x + y}{x - y}$

2) a et b deux réels tels que $1 \leq a \leq 2$ et $4 \leq b \leq 5$ encadrer $2a - 3b$, a.b et $\frac{a}{b}$

Exercice 5:

1) a) Vérifier que $\forall k \in \mathbb{N}^*$ on a : $\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} = \frac{1}{k(k+1)}$

b) Calculer la somme $S = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{2005 \times 2006}$

2) Montrer que : $\left(1 - \frac{1}{2^2}\right)\left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{999^2}\right)\left(1 - \frac{1}{1000^2}\right) = 0,5005$

3) Comparer les réels x et y avec $x = \frac{1}{0,999999997}$ et $y = 1,000000003$

Exercice 6: On pose pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$; $A(x) = \frac{3x - 1}{x + 1}$.

1) a) Vérifier que pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$; $A(x) = 3 - \frac{4}{x + 1}$.

b) Donner un encadrement de A(x) sachant que $x \in \left] \frac{1}{4}, 1 \right[$.

2) a) Résoudre dans IR les équations suivantes : $A(x) + 2 = 0$ et $\left| \frac{3x - 1}{x + 1} \right| = 4$

b) Résoudre dans IR l'inéquation : $A(x) \leq -1$.