Date : 18/10/2007

SERIE D'EXERCICES N°1

M : CHEKILI
Classe : 2$^{\text{ème}}$Sc.

EXERCICE N°1 :

1) a) Calculer $\left(\sqrt{3}-2\right)^2$.

   b) Déduire une écriture plus simple de $\sqrt{7-4\sqrt{3}}$.

2) Soit l'expression $P=\left(1-\frac{1}{17}\right)\left(1-\frac{2}{17}\right)\left(1-\frac{3}{17}\right)..............\left(1-\frac{23}{17}\right)$.

   a) Déterminer le nombre de facteurs de P .
   b) Calculer P .

EXERCICE N°2 :

On pose $a=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

1) Vérifier que $a^2=a+1$.
2) En déduire la valeurs de a^3 puis de a^4.

EXERCICE N°3 :

Soient les réels $x=\sqrt{17+12\sqrt{2}}$ et $y=\sqrt{17-12\sqrt{2}}$.

1) Montrer que : $x.y=1$.
2) On pose $m=x+y$ et $p=x-y$.
   a) Calculer m^2 et p^2.
   b) Déduire un expression plus simple de x et y.

EXERCICE N°4:

On pose $A(x)=x|x|-3$ et $B(x)=2x-3$.

1) Pour quelles valeurs de x on a $A(x)=B(x)$.
2) Sans faire du calcul, déterminer $A(-2)-B(-2)$.
3) Soit n un entier naturel.
   Montrer que $A(x)-B(x)+1$ est un carré parfait.

EXERCICE N°5 :

Soit ABC un triangle et I le milieu du segment $[AB]$ et J le point défini par : $\overrightarrow{JA}+\overrightarrow{JB}+2\overrightarrow{JC}=\vec{0}$.

1) Montrer que pour tout point M du plan on a : $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}=4\overrightarrow{MJ}$.
2) Montrer que : $\overrightarrow{JI}+\overrightarrow{JC}=\vec{0}$ puis construire le point J.
3) Exprimer $\overrightarrow{AJ}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
4) Soit K le point défini par : $\overrightarrow{BK}=\overrightarrow{BC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

   Montrer que J est le milieu de $[BK]$.
5) Soit le point L tel que : $\overrightarrow{LB}+2\overrightarrow{LK}=\vec{0}$.
   a) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{BL}$ en fonction de $\overrightarrow{BK}$.
   b) Montrer que $\overrightarrow{LA}+2\overrightarrow{LC}=\vec{0}$ puis déduire que les points L ,A et C sont alignés.
   c) Placer alors le point L.

EXERCICE N°6:

Soit $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ un repère cartésien du plan, on considère les points $A\left(2,0\right)$, $B\left(4,2\right)$ et $C\left(-1,3\right)$.

1) Montrer que les points A ,B et C ne sont pas alignés.
2) Déterminer les coordonnées des points suivants :
   a) G le centre de gravité du triangle ABC .
   b) Le point F pour que $ABFC$ soit un parallélogramme.
   c) Le point D tel que $\overrightarrow{AD}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.
3) Soit le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$ dans la base $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$; Déterminer les composantes du vecteur $\vec{u}$ dans la base $\left(\vec{i},\vec{j}\right)$.

EXERCICE N°7:

Soit $B=\left(\vec{i},\vec{j}\right)$ une base de l'ensemble des vecteurs du plan ; on considère les vecteurs :

$\vec{u}=(m-1)\vec{i}+(3-2m)\vec{j}$ et $\vec{v}=-2\vec{i}+m\vec{j}$.$(m\in\mathbb{R})$

1) Déterminer les réels m pour que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires.
2) On prend $m=4$
   a) Vérifier que $B'=\left(\vec{u},\vec{v}\right)$ est une base.
   b) Exprimer les vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$ en fonction de $\vec{u}$ et $\vec{v}$.
   c) Soit $\vec{w}=2\vec{i}-\vec{j}$ .Déterminer les composantes de $\vec{w}$ dans la base B'.