

EXERCICE 1

1. Soit $\alpha \in [0, \pi]$ tel que $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Calculer $\sin \alpha$ et $\cotg \alpha$
2. Soit $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$. Exprimer en fonction de $\sin(x)$:

$$A = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - 5 \cos\left(-x + \frac{\pi}{2}\right) + 4 \sin(\pi - x) + \cos(\pi - x).$$
3. Résoudre dans $[0, \pi]$; $\sqrt{2} \cos^2 \alpha - (\sqrt{2} + 1) \cos \alpha + 1 = 0$
4. Montrer que pour tout $\alpha \in]0, \pi[- \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$, $\frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{1}{1 + \operatorname{cotg}^2 \alpha} = 1$
5. On considère la fonction $f(x) = \sin^2 x - 2 \cos(\pi - x) + \sin^2\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ avec $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$.
 - a- Montrer que $f(x) = 1 + 2 \cos x$
 - b- En déduire $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$ et $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$
 - c- Pour quelle valeur de x a-t-on $f(x) = 1$

EXERCICE 2

Soit la fonction f définie sur $[0, \pi]$ par $f(\alpha) = -2 \sin^2 \alpha - 7 \cos \alpha + 8$

1. Calculer $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$ et $f\left(\frac{2\pi}{3}\right)$
2. Calculer $f(\pi - \alpha)$ en fonction de $\cos \alpha$ et $\sin \alpha$.
3. posons $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$. Calculer $f\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ en fonction de $\cos x$ et $\sin x$.
4. Ecrire $f(\alpha)$ sous la forme d'un trinôme du second degré en fonction de $\cos \alpha$
5. Résoudre dans $[0, \pi]$; $2 \cos^2 \alpha - 7 \cos \alpha + 6 = 0$
6. Montrer que les expressions A et B sont indépendantes de α .

$$A = \sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha + 2 \cos^2 \alpha$$

$$B = (a \cos \alpha - b \sin \alpha)^2 + (b \cos \alpha + a \sin \alpha)^2 \quad \text{avec } a, b \in \mathbb{R}$$

EXERCICE 3

1. Calculer en fonction de $\operatorname{tg} x$ (et lorsque l'expression est définie) :

$$A = \operatorname{tg}(\pi - x) - \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \cos^2\left(-x + \frac{\pi}{2}\right) - \sin^2\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

2. Montrer que, pour tout $\alpha \in [0, \pi] - \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$: $(1 + \operatorname{tg}(\alpha))^2 + (1 - \operatorname{tg}(\alpha))^2 = \frac{2}{\cos(\alpha)}$

3. Montrer que $\cos^4(x) - \sin^4(x) = \cos^2(x) - \sin^2(x)$

4. Simplifier : $A = (\sin x + \cos x)^2 + (\sin x - \cos x)^2$

$$B = \sin x \operatorname{tg} x + \cos x$$

$$C = \frac{1}{1 + \cos x} + \frac{1}{1 - \cos x}$$

5. Déterminer $\cos(x)$ et $\sin(x)$ sachant que $\operatorname{tg}(x) = 1$

6. Soit x, y deux réels de l'intervalle $]0, \pi[$

$$\text{Montrer que : } \frac{\cos^2 x - \sin^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} - \cot^2 g x \cot^2 g y = -1$$