LYCEE LAMTA 2008/2009	DEVOIR DESYNTHESE N°1 2 S_{1+3}+2_{TEC1}	PROFS : B.AMOR+B.SALEM DUREE : 2H

EXERCICE N°1 (3,5pts)

Répondre par vrai ou faux en justifiant :

Soit $f(x) = 2x^4 + 2x^2 + 3x - 1$

$g(x) = ax^3 + bx^2 + 4x$ ou $a \in IR$; $b \in IR$ $c \in IR$

$h(x) = \alpha x^4 - 2x^2 + 4x - 1$ $\alpha \in IR$

1°) (-1) est une racine de f

2°) f peut avoir 5 racines distincts

3°) Zéro est une racine de g

4°) Le degré de g est est 3

5°) Le degré de f+h est 4

6°) On peut trouver α tel que le degré de f+h est 1

7°) Soient A ; B et C trois points distincts du plan et K le barycentre des points pondérés (A ; 1) ; (B ; 2) et (C ; 6) alors : $9\overrightarrow{AK} = 2\overrightarrow{AB} + 6\overrightarrow{AC}$

EXERCICE N°2 (6pts)

Soit les polynômes $P(x) = -2x^2 - 3x + 5$ et $G(x) = x^2 + 5x + 6$ $Q(x) = x^4 + 6x^3 + 9x^2 - 4x - 12$

1/ a) Factoriser les polynômes P(x) et G(x)

b) Vérifier que 1et (-2) sont des racines de Q

c) Déduire la factorisation de Q <u>en produit des binômes de 1^{er}degré</u>

2/ Soit la fonction rationnelle f définie par $f(x) = \dfrac{P(x)}{Q(x)}$

a) Déterminer l'ensemble de définition (D_f)de f

b) Montrer que pour tout $x \in D_f$ on a : $f(x) = \dfrac{-2x-5}{(x+2)^2(x+3)}$

c) Soit $H(x) = \sqrt{f(x)}$; Déterminer l'ensemble de définition de H

d) Résoudre dans IR $H(x) = \sqrt{x-2009}$

EXERCICE N°3 (2,5pts)

1/ a)Résoudre l'équation $x^2 - 5x + 6 = 0$

b) Soient x et y deux réels tel que $xy = 5\sqrt{xy} + 6$; Montrer que xy =36

Soit le système $\begin{cases} xy = 5\sqrt{xy} + 6 \\ x + y + xy = 49 \end{cases}$ ou x et y sont des inconnues réelles

2/ Déterminer alors les valeurs possibles de x et y

EXERCICE N°4 (8pts)

Soit ABC un triangle rectangle en A et O le milieu de [AB]

1/ Construire le point D image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{CA}$

Déduire la nature de quadrilatère ADBC

2/ a) Construire les points :I barycentre des points (B ;1) et (D ;2)

et G le barycentre des points pondérés (A ;1) et (I ; 3)

b) Montrer que G est le barycentre des points pondérés (A ;1) ; (B ; 1) et (D ;2)

c) Montrer que G est le milieu de [OD]

d) Montrer que G est le barycentre de (C ; 1) et (D ;3)

e) Déduire que (AI) et (CD) sont sécantes en G

3/ Déterminer les ensembles suivants :

$$\Delta = \left\{ M \in P / \left\| \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MD} \right\| = \frac{4}{3} \left\| \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MD} \right\| \right\}$$

$$S = \left\{ M \in P / \left\| \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MD} - \overrightarrow{MG} \right\| + \left\| \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MD} \right\| = 3GI \right\}$$

4/ Soit f : P $\rightarrow$ P

M $\mapsto$ M' tel que $\overrightarrow{DM'} = 4\overrightarrow{DM} - 3\overrightarrow{IM}$

a/ Montrer que $\overrightarrow{MM'} = 3\overrightarrow{DI}$

b/ Déduire que f est une translation de vecteur $\overrightarrow{DB}$

5/ La parallèle à (CD) passant par B coupe (AC) en E

a) Déterminer les images des droites (AC) et (CD) par la translation de vecteur $\overrightarrow{DB}$
b) En déduire que E est l'image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{DB}$
c) Soit G' l'image de G par la translation de vecteur $\overrightarrow{DB}$; Montrer que $\overrightarrow{BG} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BE}$