$2^{ème}$ années secondaire Prof : Ghaddab Lassad	**Devoir de Maison N°3**	Lycée secondaire Teboulba

Exercice N°1 :

Soit $f(x) = Sin^2 x - 2Sinx \, . \, Cosx + \frac{3}{2}$ avec $x \in [0, \pi]$.

1-/ Calculer $f(\frac{\pi}{2})$; $f(\frac{2\pi}{3})$ et $f(\frac{3\pi}{4})$.

2-/ a) Calculer les réels A, B et C définis par :

$A = Sin^2 \frac{\pi}{12} + Sin^2 \frac{5\pi}{12}$; $B = Sin^2 \frac{\pi}{12} + Sin^2 \frac{7\pi}{12}$ et $C = Sin\frac{\pi}{12} \; Cos\frac{\pi}{12} + Sin\frac{7\pi}{12} \; Cos\frac{7\pi}{12}$

b) Vérifier alors $f(\frac{\pi}{12}) + f(\frac{7\pi}{12}) = 4$.

3-/ a) Montrer que pour tout $x \in \;]0, \pi[$, $f(x) = Sin^2 x \; (\frac{3}{2} Cotg^2 x - 2Cotgx + \frac{5}{2})$.

b) Résoudre dans $]0, \pi[$: $\frac{3}{2} Cotg^2 x - 2Cotgx + \frac{5}{2} = 0$.

c) Quel est alors le signe de $f(x)$.

Exercice N°2 :

Soit R $(O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé du plan .

1-/ Soient les points $A(0, \sqrt{2})$ et $B(2, -\sqrt{2})$.
Donner une équation cartésienne de la droite (AB) .

2-/ Soit $\mathscr{C} = \{ M(x, y) \in P \, / \, x^2 + y^2 - 2x + 6y + 7 = 0 \}$.

a) Montre que $\mathscr{C}$ est le cercle de centre $I(1, -3)$ et de rayon $\sqrt{3}$.

b) Vérifier que (AB) est tangente à $\mathscr{C}$.

c) Déterminer les coordonnées des points d'intersections de $\mathscr{C}$ et de l'axe $(O, \vec{j})$.

3-/ Soit le cercle $\mathscr{C}'$ d'équation : $x^2 + y^2 + 2y - 2 = 0$.

a) Donner le centre J et le rayon R de $\mathscr{C}'$.

b) Vérifier que le point $K(\sqrt{3}Sin\alpha, \sqrt{3}Cos\alpha - 1)$ avec $\alpha \in [0, \pi]$ appartient à $\mathscr{C}'$.

c) Montrer que l'ensemble Δ des points $M(x, y)$ du plan tels que $MI^2 - MJ^2 = 9$ est une droite.
Vérifier que $\Delta \perp (IJ)$.

4-/ Soit $\mathscr{C}_m{}'$ l'ensemble des points $M(x, y)$ du plan tels que : $x^2 + y^2 - mx + 2(m+1)y + \frac{m^2}{4} + 4m - 2 = 0$
où m est un paramètre réel.

a) Montrer que $\mathscr{C}_m$ est un cercle dont on donnera les coordonnées du centre I_m et de rayon R_m en fonction de m.

b) Montrer que I_m varie sur la droite $D : 2x + y + 1 = 0$.

c) Vérifier que $I \in D$ et $J \in D$

Exercice N°3 :

On considère les fonctions *f* et *g* définie par : $f(x)=\dfrac{2}{x-1}$ et $g(x)=\sqrt{x-2}$

ζ_f et ζ_g sont les représentations graphiques de *f* et *g* dans un repère O.N $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1-/ a) Donner le tableau de variation de *f* sur IR\{1} et préciser ses limites.

b) Construire ζ_f en précisant ses asymptotes.

2-/ Soit la fonction *F* définie par : $F(x)=\dfrac{2}{|x|-1}$.

On désigne par ζ_F la représentation graphique de *F* dans le même repère O.N.

a) Prouver qu'on peut construire la courbe ζ_F à partir de ζ_f. Tracer alors ζ_F.

b) En déduire le tableau de variation de *F*.

3-/ a) Donner le tableau de variation de *g* et tracer ζ_g.

b) Soit la fonction *G* définie par : $G(x)=\sqrt{|x|-2}$. Déduire la construction de la courbe ζ_G à partir de ζ_g.

4-/ a) Prouver que les courbes ζ_f et ζ_g se coupent en un seul point $A(3,1)$.

b) Résoudre graphiquement l'équation : $\dfrac{2}{|x|-1}=\sqrt{|x|-2}$. Justifier