Exercice 5 :

Soient ABCD un parallélogramme de centre O et I le milieu du segment [BC]. Les droites (BD) et (AI) se coupent en G.

1/ Montrer que G est le centre de gravité du triangle ABC.

2/ Montre que la droite (OI) est l'image de la droite (AB) par l'homothétie $h_{\left(G,-\frac{1}{2}\right)}$ de centre G et de rapport $-\frac{1}{2}$

3/ Soit M un point variable sur le cercle ξ de centre B et de rayon I B=R. trouver l'ensemble des points N image de M par $h_{\left(G,-\frac{1}{2}\right)}$

4/ Soit $\xi'=h_{\left(G,-\frac{1}{2}\right)}(\xi)$ E est le point d'intersection de ξ avec $[AB]$ et $\{F\}=\xi'\cap[OI]$ montrer que $h_{\left(G,-\frac{1}{2}\right)}(E)=F$ et que $GF=\frac{1}{2}GE$

Exercice 7 **:**

Construire un triangle ABC rectangle en A , D est un point de la perpendiculaire au plan (ABC) au point B .

1/ Montrer que la droite (CA) est perpendiculaire au plan (ABD) en déduire que le triangle ACD est rectangle en A .

2/ Montrer que l'axe du cercle circonscrit au triangle ABD est parallèle à (AC) .

3/ Montrer que les deux plans (ACD) et (ABD) sont perpendiculaires .

Exercice 13 :

Soit D : 2x+y- 4 = 0 et A(0, $^2\!/_3$)

1/ Soit $h\left(A,-^7\!/_2\right)$ quelle est l'image D' de D par h ? on donnera une équation cartésienne de D.

2/ Soit t : translation de vecteur $\vec{U}, \vec{U}=2\vec{i}+\vec{j}$ quelle est l'image D'' de D par t ? on donnera une équation cartésienne de D''.

3/ Montrer que D est globalement invariante par toh.

4/ Soit B(2 ;0) ; B'' = h(B'). calculer les coordonnées de :

B' puis de B''. B'' appartient-il à D ? Décrire de ce qui précède que : $toh \neq hot$.

Exercice 15

On considère les fonctions suivantes définies de R vers R par :

$h(x)=|x^2-7x|+6,\ f(x)=\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}\ \ et\ \ k(x)=x^2-8x+7$

1/ Résoudre dans R $(h(x)\rangle 0\ et\ \ k(x)\leq 0)$

2/ Calculer le domaine de définition de f et celui de $\frac{1}{f}$.

3/ Dresser le tableau de variation de la fonction h .

Exercice 16 :

ABC est un triangle tel que AC=BC=6 et E le point de [BC] tel que EC=2

Soit h l'homothétie de centre B et de rapport 2.

1/ a/ Justifier les constructions des points A' et C' définis par A=h(A') et C'=h(C)

b/ Déterminer et construire les images des droites (AB), (AC) et (A'C) par l'homothétie h.

2- Les droites (AC) et (A'C') se coupent en F. h' est l'homothétie de centre C et vérifiant h'(B)=E

a/ Caractériser h'(A)=F

b/ Soit I=E*F montrer I,A' et C sont alignés.

3/ On suppose que B et C sont fixes ; déterminer l'ensemble décrit par F lorsque A varie sur le cercle C(C,R=6).

Exercice 18 :

Soit $(O,\vec{i},\vec{j})$ un repère orthonormé du plan P et les points $A(2,0)$ $B(1,\sqrt{3})$ $C(1,-\sqrt{3})$ *et* $H(4.0)$

1/ a / Montrer que O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC

b/ Que représente H pour le triangle ABC

2- Soit J le milieu de [AB] ; déterminer une équation cartésienne de Δ la droite passant par H et perpendiculaire à la droite (CJ)

3/ Soit M (x,y) un point de plan P

a/ Exprimer AM^2 , BM^2 et CM^2 en fonction de x et y

b/ En déduire l'ensemble $\zeta=\{M(x,y)\in P \text{ tel que } 2CM^2-AM^2BM^2=8\}$ est la droite Δ.

4/ Soit ζ le cercle au centre O de rayon 1 Déterminer l'équation du cercle ζ

b/ La droite Δ coupe ζ en deux points E et F tels que HOE est un angle obtus. Déterminer les coordonnées des points E et F.

On pose $HOE=\alpha$ *(en rad)* ; trouver cos α et déduire α

Exercice 19 :

Soit $h:[O,\pi]\to R; x\mapsto \cos^3 x+\sin^3 x-4(\cos x+\sin x)$

1/ a/ Montrer que pour tout $x\in[O,\pi]$ $h(x)=-(\cos x+\sin x)(3+\cos x\sin x)$

b/ Déterminer x tel que : $h(x)=0$

2/ a / Montrer que $h\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=h(x)$

b / Calculer $h\left(\frac{\pi}{3}\right)$ en déduire $h\left(\frac{\pi}{6}\right)$

3- Sachant que $\sin x+\cos x=\sqrt{3}$ calculer h(x).

<u>Exercice 21</u> :

1/ Soit $\alpha\in\left]\frac{\pi}{2},\pi\right[$ tel que $\cos\alpha=-\frac{1}{3}$ Calculer $\sin\alpha$ *et* $tg\,\alpha$.

2/ Soit $f:\left[0,\frac{\pi}{2}\right]\to R \qquad x\mapsto f(x)=\sin^2 x+\cos^2(\pi-x)+\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$

a/ Calculer $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ *et* $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$

b/ Montrer que $f(x)=1+\sin x$

c/ Pour quelle valeur de x a t-on f(x) = 2 ?

<u>Exercice 22</u> :

$(o,\vec{i},\vec{j})$ étant un repère orthonormé du plan

1/ Placer les points A(2,3) ; B(-1,2) et C(4,-3)

2/ Montrer que le triangle ABC est rectangle en A

3/ Déterminer une équation du cercle ζ circonscrit au triangle ABC.

4/ Donner une équation cartésienne de la droite (BC)

5/ La perpendiculaire Δ à la droite (BC), passant par le point A, coupe (BC) en H et recoupe le cercle ζ en A'.

a/ Ecrire une équation cartésienne de la droite Δ

b/ Déterminer les coordonnées du point H

c/ Déterminer les coordonnées du point A'

d/ Montrer que les triangles ACH et BHA' sont semblables.

<u>Exercice 23</u> :

Soit $f(x)=\sin^2 x-2\cos x\sin x+\frac{3}{2}$ avec $x\in[0,\pi]$

1/ Calculer : $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$, $f\left(\frac{3\pi}{4}\right)$

2/ Soit $\alpha\in[0,\pi]\setminus\left\{\frac{\pi}{2}\right\}$ tel que $tg\,\alpha=\frac{4}{3}$ Calculer : $\cos\alpha$ *et* $\sin\alpha$ et déduire f(x)

3/ Montrer que $f\left(\frac{7\pi}{12}\right)=\sin^2\frac{5\pi}{12}+2\sin\frac{5\pi}{12}\cos\frac{5\pi}{12}+\frac{3}{2}$ et Calculer $f\left(\frac{7\pi}{12}\right)+f\left(\frac{\pi}{12}\right)$

4- Construire les angles de $[0,\pi]$ solutions de l'équation : $f(x)=\frac{3}{2}$

Exercice 24 :

On considère les trois fonctions f, g et h telles que :

$f:R\to R$ $\quad g:R\to R$ $\quad h:R\to R$

$x\mapsto\frac{5}{x+2}$ $\quad x\mapsto\frac{3-x}{x+2}$ $\quad x\mapsto\frac{3-|x|}{|x|+2}$

1/ Tracer dans un repère orthonormé la courbe ζ_f représentative de la fonction f

a/ Vérifier que pour $x\neq-2,\ g(x)=-1+f(x)$

b/ Déduire la courbe ζ_g de la fonction g à partir de celle de f

2/ a/ Montrer que h est une fonction paire

b/ Tracer sa courbe ζ_h dans le même repère

c/ Dresser son tableau de variation

d/ Déterminer graphiquement le nombre des solutions de l'équation : $(1+m)|x|=3-2m$

Exercice 25 :

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ on considère les points A(1,2) et B(3,0)

1/ a/ Déterminer une équation cartésienne de la droite (OA)

b/ Soit $B'\left(-\frac{9}{5},\frac{12}{5}\right)$, montrer que les points B et B' sont symétriques par rapport à la droite (OA).

2/ a/ soit le point I(-1 ;-2) prouver que I est un point de la droite (OA) et que I est équidistant des points A et B

b/ en déduire l' équation cartésienne du cercle C circonscrit au triangle ABB'

3/ on désigne par C' l'ensemble des points M(x,y)tel que : $x^2 + y^2 + 6x + 4 = 0$

montrer que C' est un cercle dont on précisera le centre I' et le rayon

4/ D est une droite passant par le point B et de coefficient directeur un réel m donnée

a/ déterminer l'équation réduite de la droite D

b/ montrer que les abscisses des points de C' $\cap$D lorsqu' ils existent sont les solutions de l'équation suivante : $(m^2 +1)x^2\ \ 6(1-m^2)x +9m^2 +4 = 0$

c/ en déduire l'ensemble des valeurs de m pour lesquelles D $\cap$ C' $\neq$ 0

Exercice 26 :

Soit un repère cartésien $(O,\vec{i},\vec{j})$ et Δ_m l'ensemble des points M(x,y) tels que $(m+2)\,x-(2m-3)\,y+m-1=0$ Où m est un paramètre réel

1/ Montrer que pour tout réel m Δ_m est une droite

2/ Donner une équation cartésienne de la droite Δ de coefficient directeur (-3) et passant par A (-1,2)

3/ On donne Δ' d'équation $-4x+y-6=0$

a/ Montrer que Δ et Δ' sont sécantes

b/Calculer les coordonnées de leur point commun

4/ a/ Déterminer m pour que Δ_m soit parallèle à Δ'

b/ Déterminer m pour que Δ et Δ' et Δ_m soient concourantes.

Exercice 27 :

On considère la fonction $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R};\ f(x)=\frac{5}{x+2}$

1/ Etudiez et représentez graphiquement f sur un repère orthonormé.

2/ Soit h la fonction définie sur R par : $x\in\mathbb{R};\ h(x)=\frac{5}{|x|+2}$

a/ Quel est le domaine de définition de h ?

b/ Montrez que h est paire

c/ Expliquez comment, à partir de la courbe de f, on peut obtenir celle de h.

d/ Tracez ζ', la courbe de h et dressez son tableau de variations.

e/ Résolvez graphiquement l'équation $\frac{5}{|x|+2}=1$

Exercice 28 :

Dans un repère orthonormé on considère l'ensemble ζ des points $M(x,y)/x^2+y^2-6x+2y+9=0$

1/ Montrez que ζ est un cercle dont vous préciserez le centre I et le rayon R.

2/Vérifiez que $A(3;-2)\in\zeta$ et donnez une équation de la tangente Δ à ζ au point A.

3/Donnez les coordonnées des points d'intersection du cercle ζ avec les axes du repère.

4/Soit $B(1;2)$. Déterminez $\xi=\{M\in P;MA^2-MB^2=5\}$

Exercice 29 :

I On donne : $A(x)=2\cos^2x-\cos x+1$

1/ Calculez $A(0);\ A\left(\frac{\pi}{2}\right);\ A(\pi)\ et\ A\left(\frac{3\pi}{4}\right)$

2/ Montrez que pour $x\in[0;\pi]\ A(x)\rangle 0$

3/ Résolvez sur $[0;\pi]$ l'équation $A(x)=2$

II sans utiliser de la calculatrice calculer

$A=\sin^2\frac{3\pi}{8}+\sin^2\frac{\pi}{8}$

$B=\cos\frac{\pi}{8}+\sin^2\frac{3\pi}{8}+\cos\frac{7\pi}{8}+\sin^2\frac{5\pi}{8}+2\sin^2\frac{\pi}{8}$

Exercice 32 **:**

Dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ on donne l'ensemble ξ des points M(x,y) vérifiant : $x^2+y^2-2(a+1)x+\frac{2}{a}y+\frac{1}{a^2}+1=0$ avec a un réel non nul

1/ Soit a = 2 ; montrer que ξ est un cercle ζ de centre I et de rayon R à déterminer.

2/ Vérifier que l'origine O est à l'extérieur de ζ.

3/ Si $a\notin[-2;0]$ montrer que ξ est un cercle de centre I_a et de rayon $R_a=\sqrt{a^2+2a}$

4/ Donner les coordonnées de I_a et montrer que les centres I_a varient sur une hyperbole quand a varie sur R \ [-2 ;0].

Exercice 33 **:**

Soit H la courbe représentative de $f:R\to R$ $\quad x\mapsto\frac{2}{x-1}$

1/ Etudier les variations de f et tracer la courbe H

2/ Soit $g:R\to R$ $x\mapsto\frac{x+1}{x-1}$ Montrer que g(x) = 1+f(x) et conclure la courbe H' de g.

3/ Tracer sur le même repère la parabole P : $y = x^2 - 1$

4/ Montrer par le calcul que $P\cap H'=\{A,B,C\}$; déterminer les coordonnées de A, de B et de C et vérifier que ABC est un triangle rectangle.

5/ Résoudre graphiquement l'inéquation : $\frac{x^3-x^2-2x}{x-1}\leq 0$

Exercice 34 **:**

1- Calculer $S_1=\cos^2\frac{\pi}{10}+\cos^2\frac{4\pi}{10}+\cos^2\frac{6\pi}{10}+\cos^2\frac{9\pi}{10}$

2/ Soit $h:[0,\pi]\to R$ $\quad \alpha\to 2\cos^2\alpha-3\cos\alpha+1$

3/ Calculer $h(0)$; $h\left(\frac{\pi}{2}\right)$; $h\left(\frac{2\pi}{3}\right)$

4/ Déterminer l'ensemble E des réels α tels que $h(\alpha)=0$

Exercice 35 **:**

$(O, \vec{i}, \vec{j})$ est un repère orthonormé. On considère l'ensemble ζ des points

M(x, y) tels que $x^2 + y^2 + 2x - 6y = 0$

1/ Montrer que ζ est un cercle dont on précisera les coordonnées de son centre I et son rayon r.

2/ Soit Δ la droite d'équation : $x - y - 1 = 0$

Montrer que Δ coupe le cercle ζ en deux points B et C. Désigner par B le point d'ordonnée positive.

3/ Ecrire l'équation de la droite D tangente au cercle ζ au point B.

4/ a/ Vérifier que le point A(-5,4) appartient au cercle ζ.

b/ Quelle est la nature du triangle ABC ?

c/ En déduire la distance de A à Δ.

5/ On donne les points $E\left(-1, \frac{7}{2}\right)$ et $F\left(0, -\frac{1}{2}\right)$

a/ Ecrire l'équation du cercle ζ' de diamètre [EF].

b/ Vérifier que ζ' est l'image de ζ par l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{1}{2}$.

Exercice 36 **:**

On considère dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ le point A(2,-1).

Une droite Δ variable et passant par A, coupe la droite des abscisses en P, et la droite des ordonnées en Q. H désigne le projeté orthogonal de A sur la droite des abscisses. On pose P(x,0) et Q(0,y).

1/ a/ Quel est le théorème qui te permet d'écrire : $\frac{\overline{PQ}}{\overline{PH}} = \frac{\overline{OQ}}{\overline{HA}}$

b/ En déduire que $y = \frac{-x}{x-2}$

2- Soit $f : R \to R$ et $g : R \to R$

$x \mapsto \frac{-x}{x-2}$ $\qquad$ $x \mapsto \frac{-2}{x-2}$

a / Vérifier que pour $x \in R - \{2\}$ on a $f(x) = -1 + g(x)$

b/ Tracer la courbe ζ_g représentative de g. Préciser les asymptotes, le centre se symétrie et les limites aux bornes du domaine de définition.

c/ ζ_f est la courbe représentative de f dans le même repère. Quel est le vecteur de la translation qui nous permet de passer de ζ_g à ζ_f. En déduire le tracé de ζ_f.

3/ Soit M un point de ζ_f d'abscisse α. E et F désignent les projetés orthogonaux de M respectivement sur la droite des abscisses et la droite des ordonnées. Déterminer les coordonnées de E et F

Exercice 37 **:**

Soit $f : R \to R \quad x \mapsto f(x) = x^2 - 2x$

a- Etudier les variations de f sur les intervalles $]-\infty, 1]$ et $[1, +\infty[$

b- Montrer que pour tout réel x, $f(x) \geq 1$

Exercice 38 **:**

$(O, \vec{i}, \vec{j})$: est un repère orthonormé du plan, on considère les points A (2,0) , B (-2,0) , E (0,-2) et C (3,-1).

1/ Tracer le demi-cercle δ de diamètre [AB], passant par E puis tracer la demi-droite [B,C)

2/ On considère la fonction f dont la représentation graphique est formée par la réunion du demi-cercle δ et la demi-droite de la question 1)

a / Déterminer le domaine de définition de f

b/ Pour $x \geq 2$, définir f(x).

c/ Dresser le tableau de variation de f.

Exercice 39 :

Le tableau suivant représente les variations d'une fonction g tel que g(5) = 0

X	2	5	8
g(x)	7 ↘	0	↘ -7

a) Déterminer le signe de g (x) sur [2, 5] et sur [5, 8]

b) Déterminer les variations de g² (x) sur [2, 5] puis sur [5, 8]

Exercice 40 :

On donne un plan P une droite (d) de ce plan une droite (d') perpendiculaire à P en un point A.

B le projeté orthogonal de A sur (d)

O = A*B, J un point de (d)

I un point de (d') et M = I*J.

On note : AB = 2x et IJ = 2a.

a) Quelle est la nature des triangles IAJ et ABJ.

b) Montrer que la droite (BJ)est perpendiculaire au plan (IAB), en déduire la nature du triangle IBJ

c) Que représente [AM] pour le triangle IAJ et [BM] pour le triangle IBJ en déduire que AM = BM = a.

d) Calculer alors OM en fonction de a et de x.

e) Montrer que le plan médiateur Q du segment [AB] est parallèle aux deux droites (d) et (d').

f) Soit K = A*J, montrer que le plan Q est le plan (OMK)

Exercice 41 :

Soit f la fonction définie sur IR par $f(x) = -3x^2-3x+1$.

a) Calculer f(0) et $f(-\frac{1}{2})$

b) Montrer que $f(x) = -3\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}$.

c) Etudier les variations de f sur les intervalles $]-\infty, -\frac{1}{2}]$ et $[-\frac{1}{2}, +\infty[$.

d) Tracer dans un repère orthonormé les courbes des fonctions $g(x) = -3$ et $h(x) = 3x - 1$.

e) Résoudre graphiquement l'équation $- 3x^2 - 3x + 1$.

Exercice 42 :

Construire un triangle ABC rectangle en A. D un point de la perpendiculaire au plan (ABC) au point B.

1) Montrer que la droite (CA) soit perpendiculaire au plan (ABD) et en déduire que le triangle ACD est rectangle en A.

2) Montrer que l'axe de cercle circonscrit au triangle ABD est parallèle à (AC).

3) Montrer que le plan (ACD) est perpendiculaire au plan (ABD).

Exercice 43 :

Dans le plan muni d'un repère on donne les droites :

D : $x-y+2 = 0$ et D' : $2x+y-1 = 0$

1) on donne les points A (-1, 3) ; B (0, 2) ; C (-2, 0) et E $(\frac{1}{2}, 0)$

quels sont les points qui appartiennent à D et ceux qui appartiennent à D'.

2) Déterminer une équation cartésienne de (AB) et le coefficient directeur de (BC).

3) a) Dire pourquoi D et D' sont sécantes ?

b) Déterminer alors les coordonnées de leur point d'intersection.

4) la droite D coupe la droite des abscisses au point E et la droite des ordonnées au point F.

   Déterminer les coordonnées de E et F.

5) déterminer une équation de la droite Δ passant par A et parallèle à D.

Exercice 44 :

Soit l'application affine

f : IR $\rightarrow$ IR x $\mapsto$ ax + b

1) Déterminer a et b sachant que 2a a pour image 4 et b a pour image 2 par f, puis construire sa représentation graphique Δ dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

2) la droite Δ coupe l'axe des abscisses au point M. déterminer les coordonnées de M.

3) tracer dans le même repère la représentation graphique Δ' de l'application linéaire g définie par g(x) = -2x.

4) Les droites Δ et Δ' se coupent en I. déterminer graphiquement les coordonnées du point I.

5/ résoudre dans IR l'équation f(x)=g(x) en déduire par le calcule les coordonnées du point I

Exercice 45 :

ABCD est un parallélogramme de centre O.

1) donner les coordonnées des points A,B,C,D,etO dans le repère (A, $\overrightarrow{AB}$ $\overrightarrow{AD}$).
2) Construire dans le même repère les points : M (2, 1) ; N (1, 2) ; P (4, 3) et Q (2, 5).
3) Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{PQ}$ à l'aide de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$ en déduire que (MN) et (PQ) sont parallèles.

Exercice 46 :

Soit un triangle ABC et L le point définie par $\overrightarrow{AL} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

A', B' et C' sont les milieux respectifs des segments [BC], [AC] et [AB].

1) a) Faire une figure

   b) Montrer que $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{B'C}$.

   c) Montrer que $\overrightarrow{B'L} = \frac{1}{2}\overrightarrow{B'C}$. En déduire que (A'L) est parallèle à (B'B)

2) G est le centre de gravité du triangle ABC ; (A'L) et (AB) se coupent en M.

   a) Comparer $\frac{AB}{AM}$ et $\frac{AB'}{AL}$ puis $\frac{AB}{AM}$ et $\frac{AG}{AA'}$.

   b) En déduire la valeur de $\frac{AB}{AM}$

Exercice 47 :

On considère la fonction f définie par

f : IR $\rightarrow$ IR x $\mapsto$ f(x) = x^2-2x+3.

1) Mettez f(x) sous la forme de $(x-a)^2+b$.
2) Etudiez et représentez graphiquement f sur un repère cartésien.
3) Sur le même repère, représenter la fonction g : IR $\rightarrow$ IR x $\mapsto$ x+3
4) Résolvez graphiquement : f(x) = g(x) ; f(x) < g(x).
5) Colorez la partie du plan dont les points ont des coordonnées x et y vérifiant :

$x^2-2x+3 \leq y \leq x+3$.

Exercice 48 :

Dans un repère orthonormé on prend les points A (-3, 1) , B (2,-4) et C (3, 3).

1) Quelle est la nature du triangle ABC ?
2) Donner les équations des médiatrices des côtés du triangle ABC.
3) Déterminer les coordonnées des points suivants :

O : centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

G : son centre de gravité.

H : son orthocentre.

.

Exercice 51 :

Dans un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ on considère les points A (2, -1), B (3, -1), C (1, 2) et D (m, m^2-m) où m $\in$ IR.

1) Déterminer les coordonnées des vecteurs $\vec{AB}$, $\vec{CD}$, $\vec{BC}$ et $\vec{AD}$.
2) Déterminer les coordonnées du point G, barycentre des points (A ; $\frac{1}{2}$), (B ; -2).
3) Calculer m pour que l'on ait $t_{\vec{AB}}$(C) = D.
4) Montrer que ($\vec{AB}$; $\vec{AD}$) est une base pour tout m $\in$ IR

Exercice 53 :

a) Déterminer les domaines de définitions des fonctions suivantes :

I) $f(x) = \dfrac{2x-3}{\sqrt{-9x^2+15x-\frac{9}{4}}}$; II) $G(x) = \sqrt{\dfrac{x^3-8}{x^2-1}}$

III) $h(x) = \dfrac{7}{x^4-(2m-1)x^2+1}$; m paramètre reel.

b) Etudier les variations de :

I) f(x) = $\sqrt{x+2}$; II) G(x) = $\frac{1}{(x-5)^2}$; III) h(x) = $(x-\alpha)^3 - \beta^3$ où α et β sont deux réels.

Exercice 56:

ABCD est un tétraèdre régulier et I = A*D.

1) Quel est le plan médiateur de [AD] ?

2)Soit H le centre de cercle circonscrit au triangle BCD .Montrer que (AH) $\perp$ (BCD)

3) Soit E le barycentre des points pondérés (H, 1) et (D, 2). Sur quelle ligne se déplace le point E lorsque le tétraèdre tourne autour de l'axe (AH) ?

Exercice 58 :

1) Soit $\alpha \in]\frac{\pi}{2},\pi[$ tel que Cos α = - $\frac{1}{3}$. Calculer Sin α et tg α.
2) Soit f : [0, $\frac{\pi}{2}$] $\to$ IR x $\mapsto$ f(x) = Sin²x +Cos²(π-x) + Cos ($\frac{\pi}{2}$-x).
   a) Calculer f($\frac{\pi}{3}$) et f($\frac{\pi}{6}$) ; Et Montrer que f(x) = 1+ Sin x.
   b) Pour quelles valeurs de x a t – on f(x) = 2 ?

Exercice 59 :

$(O,\vec{i},\vec{j})$ étant un repère orthonormé du plan.

1) Placer les points A (2, 3) , B (-1, 2) et C (4, -3).
2) Montrer que le triangle ABC est rectangle en A.
3) Déterminer une équation du cercle φ circonscrit au triangle ABC.
4) Donner une équation cartésienne de la droite (BC).
5) La perpendiculaire Δ à la droite (BC) passant par le point A, coupe (BC) en H et recoupe le cercle φ en A'.

a) Ecrire une équation cartésienne de la droite Δ.
b) Déterminer les coordonnées du point H.
c) Déterminer les coordonnées du point A'.

6) Montrer que les triangles ACH et BHA' sont semblables.

Exercice 60 :

Dans un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ on considère la courbe (H) d'équation : y = $\frac{1}{x}$.

1) Construire (H).
2) Par un point M de couple de coordonnées (0, m) (m $\in$ IR), on mène la droite D_m parallèle à la droite Δ d'équation : 4x+y+3 = 0
   a) Ecrire une équation de D_m.

b) Discuter selon les valeurs de m, le nombre des points de (H) $\cap D_m$.

3) Lorsque D_m rencontre (H) en un seul point, montrer que ce point est le milieu du segment $[A_1A_2]$ avec $\{A_1\} = D_m \cap$ (y'y) et $\{A_2\} = D_m \cap$ (x'x).

4) Lorsque D_m rencontre (H) en deux points A' et B' :

   a) Calculer en fonction de m les coordonnées du milieu J du segment [A'B'].

   b) Montrer que J est le milieu du segment déterminé sur D_m par les axes des coordonnées.

   a) Déterminer et construire l'ensemble des points J lorsque m varie dans IR.

Exercice 61 :

Dans le repère orthonormé, on considère l'ensemble ξ_t des points M (x, y) tels que :

$x^2+y^2-2\text{Cos}t\, x - 2\text{Sin}t\, y = 0$; $t \in [0,\pi]$.

1) Construire $\xi_{\frac{\pi}{3}}$ (pour $t = \frac{\pi}{3}$).

2) Montrer que pour tout $t \in [0,\pi]$. ξ_t est un cercle dont on précisera le centre I_t et le rayon R.

3) On considère le cercle φ d'équation $x^2+y^2-1 = 0$.

Vérifier que pour tout $t \in [0,\pi]$; I_t est un point de φ.

Exercice 62 :

Soit $f(x) = -2\text{Sin}^2x-7\text{Cos}x+8$ avec $x \in [0,\pi]$.

1) Calculer : $f(\frac{\pi}{6})$; $f(\frac{2\pi}{3})$ et $f(\frac{3\pi}{4})$.

2) a) Calculer $f(\pi-x)$ en fonction de Cos x et Sin x.

   b) Pour $y \in [0, \frac{\pi}{2}]$: Calculer $f(\frac{\pi}{2}-y)$ en fonction de Cosy et Sin y.

3) a) Ecrire f(x) sous la forme d'un trinôme du second degré en Cos x.

   b) Montrer que pour tout $x \in [0,\pi]$ on a : $f(x) > 0$.

Exercice 63 :

Soit $(O,\vec{i},\vec{j})$ un repère orthonormé et $\varphi = \{M (x, y) / x^2+y^2-8x-4y-5 = 0\}$.

1) Montrer que φ est un cercle dont on précisera le centre I et le rayon R.

2) Soit la droite Δ : y = -3.Montrer que Δ est tangente à φ au point A (4, -3).

3) Soit B (0, -1)

   a) Vérifier que $B \in \varphi$.

b) Déterminer une équation de D la médiatrice de [AB].

c) Déterminer $\varphi \cap D$.

d) Déterminer les équations des tangentes au cercle φ et parallèles à (AB).

4) Soit M (x, y) un point du plan, on désigne par H le projeté orthogonal de M sur Δ.

Exercice 64 :

Soit α un réel dans $[0, 2\pi]$ et $f(\alpha) = \text{Cos}^2\alpha - 2\text{Sin}(\pi - \alpha) + \text{Cos}^2(\frac{\pi}{2} - \alpha)$.

1) Simplifier $f(\alpha)$ et justifier.
2) Calculer pour remplir le tableau suivant :

α	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$
$F(\alpha)$					

3) Pour quelles valeurs de α a t – on $f(\alpha) = 0$?

Exercice 65 :

Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ on donne l'ensemble ξ des points M (x, y) vérifiant : $x^2 + y^2 - 2(a+1)x + \frac{2}{a}y + \frac{1}{a^2} + 1 = 0$. avec a un réel non nul.

1) Soit a = 2 ; montrer que ξ est un cercle φ de centre I et de rayon R à déterminer.
2) Vérifier que l'origine O est à l'extérieure de φ.
3) Si $a \notin [-2 ; 0]$ montrer que ξ est un cercle de centre I_a et de rayon $R_a = \sqrt{a^2+2a}$.
4) Donner les coordonnées de I_a et montrer que les centres I_a varient sur une hyperbole quand a varie sur IR \ [-2, 0].

Exercice 69 :

Soit dans un RON $(O, \vec{i}, \vec{j})$ les points A (4, 2) et B (4, -2).

1) Déterminer une équation cartésienne du cercle φ de diamètre [AB].
2) Ecrire une équation cartésienne de la tangente Δ à φ en A.
3) Donner le centre I' et le rayon r' du cercle φ' d'équation $x^2+y^2-2x-6y+6 = 0$
4) Déterminer $\varphi' \cap \Delta$.
5) Montrer que φ' est l'image de φ par une translation dont on précisera le vecteur.

Exercice 70 :

1) Montrer que l'expression suivante est indépendante de α

A = $Sin^4\alpha$ - $Cos^4\alpha + 2\ \text{Cos}^2\ \alpha$.

2) Calculer Cos $\frac{11\pi}{12}$ sachant que Sin $\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$.

3) Calculer $\text{Cos}^2\ \frac{11\pi}{90} + \text{Cos}^2\ \frac{5\pi}{36} + \text{Cos}^2\ \frac{13\pi}{36} + \text{Cos}^2\ \frac{17\pi}{45}$.

4) Résoudre dans [0, π] l'équation (E) : $2\ \text{Sin}^2\alpha - (\sqrt{3}+3)\text{Sin}\ \alpha + \frac{3\sqrt{3}}{2} = 0$.

Exercice 71 :

$(O, \vec{i}, \vec{j})$ est un repère orthonormé de P. soit (H) l'hyperbole d'équation $y = \frac{6}{x}$ et les points A, B et C de cette hyperbole d'abscisses respectives 1, -2 et 3.

1) a) Calculer les ordonnées des points A, B et C.

   b) Etablir les équations cartésiennes de la droite (BC) et de la droite Δ passant par A et perpendiculaire à (BC).

2) La droite Δ recoupe (H) au point D. calculer les coordonnées de D. comparer les directions des droites (AB) et (CD).

3) La droite (AB) coupe la droite (CD) en E. Déterminer une équation du cercle φ passant par B, C et E.

4) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de φ avec les axes du repère.

Exercice 72 :

Soit $f(x) = \text{Sin}^2x - 2\text{Cos}\ x\ \text{Sin}\ x + \frac{3}{2}$ avec $x \in [0, \pi]$.

1) Calculer $f(\frac{\pi}{6})$ et $f(\frac{3\pi}{4})$.

2) Soit $\alpha \in [0, \pi] \setminus \{\frac{\pi}{2}\}$, tel que tg $\alpha = \frac{4}{3}$.

   a) Calculer Cos α et Sin α et En déduire $f(\alpha)$.

3) a) Montrer que $f(\frac{7\pi}{12}) = \text{Sin}^2\ \frac{5\pi}{12} + 2\text{Sin}\ \frac{5\pi}{12}\ \text{Cos}\ \frac{5\pi}{12} + \frac{3}{2}$.

   b) Calculer $f(\frac{7\pi}{12}) + f(\frac{\pi}{12})$.

4) Construire les angles de $[0, \pi]$ solutions de l'équation : $f(x) = \frac{3}{2}$.

Exercice 74 :

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On considère les points A(1, 2) et B(3, 0).

1) a) Déterminer une équation cartésienne de la droite (OA).

b) Soit B' ($-\frac{9}{5}$, $\frac{12}{5}$), montrer que les points B et B' sont symétriques par rapport à la droite (OA).

2) Soit le point I (-1, -2).

a) Prouver que I est un point de la droite (OA) et que I est équidistant des points A et B.

b) En déduire l'équation cartésienne du cercle φ circonscrit au triangle ABB'.

3) On désigne par φ' l'ensemble des points M (x, y) tels que : $x^2+y^2+6x+4 = 0$.

Montrer que φ' est un cercle dont on précisera le centre I' et le rayon .

4) D est une droite passant par le point B et de coefficient directeur un réel m donné.

a) Déterminer l'équation réduite de la droite D.

b) Montrer que les abscisses des points D ∩ φ' lorsqu'ils existent sont les solutions de l'équation suivante :

$(m^2+1)x^2+6(1-m^2)x+9m^2+4 = 0$

c) En déduire l'ensemble des valeurs de m pour lesquelles D ∩ φ' est non vide.

Exercice 75 :

Soit a un réel de l'intervalle [0, π], $(O,\vec{i},\vec{j})$ un repère orthonormé du plan P et D_1 et D_2 deux droites de P d'équation respectives :

D_1 : $x \cos a + y \sin a - 1 = 0$.

D_2 : $-x \sin a + y \cos a = 0$.

1) Montrer que pour tout a $\in$ [0, π], les droites D_1 et D_2 sont perpendiculaires. Exprimer les coordonnées de leur point commun M en fonction de a.

2) Quel est l'ensemble des points M lorsque a varie.

Exercice 76 :

On considère dans un cercle φ de centre O et de rayon R (R > 0) deux diamètres perpendiculaires [AB] et [CD]. La médiatrice du segment [OA] coupe l'arc [$\overset{\frown}{AC}$] en E.

On désigne par H le projeté orthogonal de E sur la droite (CD).

1) a – Quelle est la nature de chacun des triangles AEO et OEC.

b – En déduire les mesures en radians des angles : $E\hat{O}C$, $O\hat{E}C$ et $E\hat{D}C$.

2) a – Calculer la distance OH et en déduire EC.

b – Déterminer alors Sin $\frac{\pi}{12}$.

3) Sachant Sin $\frac{\pi}{12}$; calculer : Cos $\frac{\pi}{12}$, Sin $\frac{5\pi}{12}$; Cos $\frac{5\pi}{12}$; Sin $\frac{7\pi}{12}$; Cos $\frac{7\pi}{12}$.

Exercice 77:

Une unité de longueur étant choisie, on considère un triangle ABC isocèle de sommet principal A avec BC = 1 ; $A\hat{B}C = \frac{2\pi}{5}$ La bissectrice de [BA, BC] coupe [AC] en D.

Soient H et I les projetés orthogonaux respectifs de D sur [AB] et [BC].

1) Montrer que les triangles BAD et BCD sont isocèles , en déduire que AD = BD = BC = 1.
2) Exprimer AB à l'aide de Cos $\frac{\pi}{5}$ et CD à l'aide de Cos $\frac{2\pi}{5}$.

En déduire que :

$$\boxed{\cos\frac{\pi}{5} - \cos\frac{2\pi}{5} = \frac{1}{2}} \qquad 1$$

3) Exprimer BI à l'aide de Cos $\frac{\pi}{5}$ et CI à l'aide de Cos $\frac{2\pi}{5}$.

En déduire que :

$$\boxed{\cos\frac{\pi}{5} + 2\cos^2\frac{2\pi}{5} = 1} \qquad 2$$

4) a) En utilisant 1 et 2 montrer que Cos $\frac{2\pi}{5}$ est solution de l'équation : $x^2+\frac{x}{2}-\frac{1}{4}=0$.

a) En déduire la valeur de Cos $\frac{2\pi}{5}$ puis donner la valeur de Cos $\frac{\pi}{5}$

Exercice 79 :

Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes :

$f(x) = \frac{1}{x^2-4x+3}$; $g(x) = \sqrt{\frac{2x^2+5x+3}{|x+1|(x^2-4)}}$; $h(x) = \frac{\sqrt{2x+4}}{|2x+4|-1}$; $k(x) = \frac{1}{E(x)}$

$f_1(x)=\sqrt{\frac{(x^2-3x+2)(x-1)}{3x^2-5x+2}}$; $g_1(x)=\frac{1}{\sqrt{1-|x|}}$; $h_1(x) = \frac{1}{\sqrt{1-E(x)}}$; $k_1(x) = \sqrt{x-E(x)}$

$f_2(x) = \frac{\sqrt{x^4-3x^2-4}}{\sqrt{|x-1|-2}}$; $g_2(x) = \sqrt{\frac{x^4-3x^2-4}{|x-1|-2}}$; $g_3(x)\ \frac{|x|+2}{\sqrt{x+2}\sqrt{x-2}}$

Exercice 80:

Soit f et g les fonctions définies par , $f(x) = \frac{-3}{x+2}$; $g(x) = \frac{x-1}{x+2}$.

1) Etudier et représenter graphiquement f.
2) Déterminer les réels a et b pour que $g(x) = a + \frac{b}{x+2}$ pour $x \neq -2$.
3) a) Vérifier que g(x) = f(x) +1 pour tout $x \neq -2$.

b) tracer φ_g, préciser ces asymptotes.

4) Soit Δ : x - 3y - 1 = 0.

a) Montrer que Δ et φ_g sont tangents, calculer les coordonnées de leur point d'intersection.

b) Résoudre graphiquement : $\frac{3x-3}{x+2}$ -x+1 $\geq$ 0.

5) On donne h(x) = $\frac{|x|+1}{|x|-2}$.

a) Déterminer D_h, donner l'expression de h(x) sans valeur absolue.

b) Montrer que h est paire, tracer ; donner son tableau de variation.

Exercice 82 :

1) Soit x $\in$] 0, π[tg x = -$\frac{4}{3}$, calculer Cos x et Sin x.

2) Montrer que pour tout x $\in$ [0, π], Cos² x- Cos⁴ x = Sin² x – Sin⁴ x.

3) Calculer A = $\cos^2 \frac{\pi}{45} + \cos^2 \frac{2\pi}{5} + \cos^2 \frac{\pi}{10} + \cos^2 \frac{43\pi}{90}$.

4) On pose f(x) = $\sin^2 x - \cos(\frac{\pi}{2} - x) - 2\sin(\pi - x) + 3$.

a) Calculer f(0).

b) Exprimer f(x) en fonction de Sin x.

c) Résoudre dans [0, π] , f(x) = 1.

Exercice 87 :

1) Résoudre dans IR : $x^2 - 2x\cos\alpha - \sin^2\alpha = 0$. où $\alpha \in [0 , \pi]$.

2) On donne l'expression h(α) = 2Cos² α- 3Cos α +1.

a) Calculer h(0), h($\frac{\pi}{2}$) puis h($\frac{2\pi}{3}$).

b) Résoudre dans [0, π] l'équation h(α) = 0.

3) Calculer Sans utiliser la calculatrice A = $\cos^2\frac{\pi}{8} + \cos^2\frac{3\pi}{8} + \cos^2\frac{5\pi}{8} + \cos^2\frac{7\pi}{8}$

Exercice 88:

On donne la fonction f : IR $\rightarrow$ IR ; x $\mapsto \frac{2}{x+1}$; étudier f puis tracer sa courbe représentative (H) dans un RON $(O, \vec{i}, \vec{j})$, les points A(0, 2) et C($2\sqrt{3}$, 2).

1) Déterminer α la mesure en radians de l'angle $A\hat{O}C$ puis calculer tg $\frac{\alpha}{2}$.

2) La bissectrice du secteur [AO, AC] coupe la bissectrice du secteur [OA, OC] en I. Soit H le projeté orthogonal de I sur (OA).

a) Montrer que IH = $\sqrt{3}$-1, en déduire les coordonnées de I.

b) Donner alors une équation cartésienne du cercle φ inscrit au triangle OAC.

3) la droite (AI) coupe la perpendiculaire à (OI) menée de O en J.

a) Déterminer les coordonnées du point J.

b) Montrer que J est l'image de I par l'homothétie h de centre A et de rapport $3 + 2\sqrt{3}$.

c) Soit φ' l'image de φ par cette homothétie h, montrer que φ' a pour équation : $x^2 + y^2 - 2(3+\sqrt{3})x + 2(1 + \sqrt{3})y + 4 + 2\sqrt{3} = 0$.

d) Montrer que φ' est tangente à chacune des droites (OA), (OC) et (AC).

Exercice 89 :

1) Calculer le réel $A = \text{Cos}^2\frac{\pi}{8} + \text{Cos}^2\frac{3\pi}{8} + \text{Cos}^2\frac{5\pi}{8} + \text{Cos}^2\frac{7\pi}{8}$ (sans utiliser de calculatrice).

2) Résoudre dans $[0, \pi]$ chacune des équations suivantes :

a) $3 – \text{Cos}^2 x – 3 \text{Sin}^2 x = 0$.

b) $(\text{Sin } x + \text{Cos } x + 1)^2 - 3 (\text{Sin } x + \text{Cos } x) – 1 = 0$ (vous pouvez poser X= Sin x+ Cos x + 1)

Exercice 94 :

Soit ABC un triangle tel que AB = AC = 5 et BC = 6.

I = B*C et f : P $\rightarrow$ P M $\mapsto$ M' / $\overrightarrow{MM'} = 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$

1) a) Montrer que f admet un seul point invariant G que l'on construira.

b) Montrer que f est une homothétie que l'on caractérisera.

2) Soit M $\in$ [BC] tel que BM = 4. on désigne par C et C' les cercles de diamètres respectifs [MB] et [MC]. Une droite variable Δ passant par M recoupe C en E et C' en F.

a) Montrer que (BE) est parallèle à (CF) et calculer le rapport $\frac{CF}{BE}$.

b) Les droites (BF) et (CE) se coupent en P. trouver l'ensemble des points P.

3) Montrer que le cercle C' est l'image du cercle C par une homothétie dont il faut préciser le centre et le rapport k.

Exercice 95 :

Dans un repère du plan on a : A(2, -1) ; B(3, -1) ; C(1, 2) et D (m, m²-m) où m $\in$ IR.

5) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AD}$.

6) Déterminer m $\in$ IR pour que le point D soit l'image de C par la translation du vecteur $\overrightarrow{AB}$

7) Calculer les coordonnées du point G, barycentre des points (A ; $\frac{1}{2}$), (B ; -2).

8) Déterminer les coordonnées du point E antécédent du point C par l'homothétie de centre B et de rapport 3.

9) Pour quelle valeur de m, le triplet ABD est un triangle ?

10) Soit m = … Calculer alors les coordonnées du point G dans le repère (A, $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}$).

Exercice 97 :

Soient les fonctions suivantes :

h(x) = x²+4x+5 ; g(x) = $\frac{2x-1}{x-3}$; f(x) = $\sqrt{\frac{|x+2|-1}{|x|+1}}$.

1) Déterminer le domaine de définition de chacune des fonctions h, g et f.
2) Montrer que f est constante sur [0, $+\infty$[.
3) Sens de variation de g sur]3, + ∞[.
4) Sens de variation de h sur [-2, + ∞[.

Exercice 98 :

On considère dans le plan P un cercle de centre O et [AB] une corde de ce cercle. Soit I = A*B sur la perpendiculaire Δ en O au plan P on considère un point S $\neq$ O.

1) Montrer que (SOI) est le plan médiateur de [AB].
2) Montrer que les plans (SOI) et (SAB) sont perpendiculaires.
3) Montrer que la hauteur [OH] du triangle OSI est perpendiculaire au plan SAB.
4) Lorsque S varie sur Δ, A et B fixes, quel est l'ensemble des points H préciser le plan qui le contient.

Exercice 99 :

Soit un triangle ABC non isocèle et I un point variable tel que IB = IC.

1) Construire le point A' barycentre des points pondérés (I, -2) et (A, 5) (choisir I à l'intérieur du triangle ABC pour la clarté de la figure).
2) Soit h = h(I, $\frac{5}{3}$) et B' = h(B). Montrer que les droites (AB) et (A'B') sont parallèles.
3) Les parallèles aux droites (AC) et (BC) menées respectivement par A' et B' se coupent en C'. montrer que les points I, C et C' sont alignés.
4) Montrer que les segments [BC] et [B'C'] ont la même médiatrice Δ.

5) Déterminer l'ensemble des points A' lorsque le point I varie.

6) Soit H le projeté orthogonal de A' sur la droite Δ et E le point tel que $\overrightarrow{IE} = \overrightarrow{A'H}$.

Déterminer l'ensemble des points E.

Exercice 100 :

Soit ABCD un losange de centre I et telle AD = 6.

Soient les points A' et G telle que A'= B*C et G barycentre de (A, 1) et (I, 2) .

1) a) Construire le point G .

   b) Que représente le point G pour le triangle ABD.

2) Soit {E} = (AB) $\cap$ (GA') et Δ la droite passante par I et parallèle à (AB).

   a) Montrer que H(G, $-\frac{1}{2}$) [(AB)] = Δ.

   b) En déduire que H (G, $-\frac{1}{2}$) (E) = A'et que (BG) coupe [EC] en son milieu.

3) on suppose que A et D sont fixes ; le point B varie alors sur le cercle $\varphi_{(A;6)}$ privé de D et S_A(D) = D'.

   a) Quel est l'ensemble décrit par I.

   b) Quel est l'ensemble décrit par A' lorsque I varie.

Exercice 106 :

On donne f(x) = $2\sqrt{2}$ Cos² x + ($\sqrt{2}$ -2) Cos x- 1.

1) Calculer f(0) ; f($\frac{\pi}{6}$) ; f($\frac{5\pi}{6}$) ; f($\frac{3\pi}{4}$).

2) a) Montrer que pour tout x $\in [0, \pi]$, f(x) = (2 Cos x+1) ($\sqrt{2}$ Cos x-1).

   b) Résoudre dans $[0, \pi]$ l'équation f(x)=0.

Exercice 107 :

On donne la fonction : IR $\rightarrow$ IR   x $\mapsto \frac{-1}{x+2}$.

1) Etudier f et construire sa courbe φ_f dans un repère $(o,\vec{i},\vec{j})$.

2) Soit g la fonction définie dans IR par g(x) = $\frac{2x+3}{x+2}$.

   a) vérifier que g(x) = 2+ f(x).

   b) déduire φ_g à partir de φ_f. Expliquer.

3) a) Tracer dans le même repère la droite Δ d'équation x+2y-3 = 0.

   b) Δ coupe φ_g en deux points A et B. déterminer les coordonnées de A et B.

c) Résoudre graphiquement l'équation : $\frac{4x+6}{x+2}$ +x ≥ 3.

Exercice 108 :

Le plan P est muni d'un RON $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points A(2, 1) ; B(3, 3) ; C(0, 2) et E

(5, -$\frac{1}{2}$).

1) Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifier.
2) Ecrire l'équation du cercle φ du diamètre [BC].
3) Ecrire l'équation du cercle φ' de centre E et passant par A.
4) Montrer que φ' est l'image de φ par une translation dont on détermine le vecteur.
5) Montrer que φ' coupe (x'x) en deux points M et N et calculer les coordonnées de M et N.

Exercice 109 :

On donne f(x) = Sin^3 x + Sin x Cos² x – 2 Sin² x.

1) a) Montrer que pour tout x de [0, π], on a f(x) = Sin x (1 – 2 Sin x).

   b) Montrer que pour tout x de [0, π], on a f(π-x) = f(x).

   c) Calculer f($\frac{\pi}{6}$) et f($\frac{3\pi}{4}$).

2) Soit $\alpha \in$ [0, π] – {$\frac{\pi}{2}$} tel que tg x = $\frac{1}{2}$.

   Calculer Sin α et Cos α, en déduire f(α).

3) Résoudre dans [0, π] l'équation : Sin³ x – 2 Sin² x = - Sin x Cos² x

Exercice 110 :

On donne la fonction f définie par $\begin{cases} f(x) = |x+2| \text{ si } x \leq 1 \\ f(x) = -x+4 \text{ si } x \geq 1 \end{cases}$

1) Montrer que f est une fonction affine par intervalles

2) Tracer dans un repère (o,Z3~') la courbe C ~ de la fonction f.

3) a) Dans le même repère placer les points M(4,3) et N(O,1)

   b) Déterminer l'expression de la fonction g représentée graphiquement par la droite (MN)

4) Résoudre graphiquement l'équation f(x) = g(x) puis l'inéquation f(x) ≤ 0

Exercice Exercice 111 :

Résoudre dans IR chacune des équations suivantes :

1) $(x^2-16)^2 = (x+4)^2$ 2) $(x^2+2x-18)^2 = (x^2-2x)^2$ 3) $\frac{x-3}{x-4} + \frac{2x-1}{x+2} =$

4) $\dfrac{1+\frac{x}{x+2}}{1-\frac{x}{x+2}} = 2$ 5) $1- |1-3x| = 2\,|3x-1|-3$ 6) $||3x+1|-2| = 5$

7) $|2x-5|-3\,|1-2x| = 4\,|x+2|$ 8) $\sqrt{2x-1} = x-2$ 9) $\sqrt{2x+9}+3-x = 0$

10) $\sqrt{x+1} + \sqrt{2x+5} = \sqrt{x+4}$ 11) $|x^2-1| - |x-1| = 0$ 12) $x - \sqrt{4x+16} = 4$.

Exercice 112 :

Résoudre dans IR chacune des équations suivantes où x est l'inconnue et m est un paramètre réel.

1) $m(x-m) = m(2-m)$ 2) $\frac{m}{x+3} = \frac{1}{x-2}$ 3) $\frac{mx+1}{x} = \frac{mx}{x-5}$

4) $m^2(x-1) = 2(2x+m)$ 5) $(m^2+2m+4)x = (2m+5)x+m^3+1$ 6) $\frac{m}{x} = -\frac{1+m}{x+1}$

Exercice 113 :

Résoudre dans IR chacune des inéquations suivantes :

a) $\frac{2x-1}{x+1} < 2$ b) $\frac{3}{x-2} - \frac{1}{x+3} \leq 0$ c) $\frac{3x-1}{x+2} \geq \frac{6x+2}{2x-5}$

d) $|x-1| > 3x-2$ e) $\left|\frac{3x-1}{x+1}\right| \leq 3$ f) $\sqrt{2x+9} > x+3$

g) $2+\sqrt{x+4} \leq 3x$ h) $\frac{3-|x|}{|x|-1} > 1$ i) $\sqrt{5x^2+4} \leq x+2$

Exercice 114

Résoudre et discuter suivant le paramètre réel m chacune des inéquations suivantes :

a) $(2m+1)(x-5) \geq mx+5$ b) $m^2(x+3) > x+3m$ c) $(m^2-1)x-m < 1$

d) $2m\,|x|-3 \geq 2m^2+4|x|$ e) $1+mx \leq m^2(x+m)$ f) $x+4m^2 > 2mx+1$

g) $2x(m+3) > \frac{1-2x}{m+1}$ $(m \neq -1)$ h) $\frac{4x}{(m-1)^2} < \frac{2x-1}{m-1}$ $(m\neq -1)$ i) $\frac{x-1}{m} > mx$ $(m\neq 0)$

j) $4(m^2x-2) \leq 5m^2-x$ k) $(m+2)(m-3)x \leq m^2-9$ l) $m|x|-m^2<2(|x|+2)$

115:

Résoudre dans IR les équations et les inéquations suivantes, où x est l'inconnue et m est un paramètre réel.

1) $|x+1| + |2x-3| = 2$ 6) $\sqrt{9-x} = |3-2x|$ 11) $\sqrt{2x^2+5x+1} - \sqrt{x+1} = 0$

2) $\sqrt{1-x} + 3x > 1$ 7) $|2x| - 5 + x \geq 0$ 12) $|x-2| + |3+2x| \geq 5x$

3) $|3x-2| \leq 3$ 8) $\sqrt{3+2x} - 1 < x$ 13) $\sqrt{4-x} + \sqrt{x} = 2$

4) $|2x-1| - 5x = 0$ 9) $\sqrt{x^2+x-2} - \sqrt{x} \geq 0$ 14) $\sqrt{2-x} - \sqrt{x} = 0$

5) $\sqrt{|9-x|} = |3-2x|$ 10) $\frac{x+1}{x-2} + \frac{x-3}{x+2} < \frac{8}{x^2-4}$ 15) $\frac{3m}{x-2} + \frac{7+2m}{x+4} = 0$

16) $m(|x|-2) = |x|-1$ 17) $(m-2)(x-3) \geq (2m^2-8)x$

Déterminer les valeurs de m pour lesquelles 1 est solution de l'inéquation17.

Exercice 116 :

La courbe $C_f = [AB[\cup [CE] \cup [ED)$.

Ci-contre représenter dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ une fonction affine par intervalle f.

1) a) Résoudre graphiquement f(x) = 3

f(x) = (-2) et f(x) > ($-\frac{3}{2}$)

b) Pour quelle valeur de m , l'équation f(x)=m admet — elle deux solutions distinctes ?

2) Déterminer t(x).

3) Utiliser une autre couleur pour tracer dans le même repère la courbe Cg de la fonction g définie par : g(x) = $|f(x)|$

Exercice 117 :

Soit ABC un triangle. On désigne par I et J les milieux respectifs des segments [AB] et [AC] et par D le barycentre des points pondérés (A,3) et (B, -2).

1) a) Construire le point D.

b) Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tel que:

$\left\| 3\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} \right\| = \left\| \overrightarrow{MD} - \overrightarrow{MC} \right\|$

2) soit le point G définie par: $3\overrightarrow{GA} - 2\overrightarrow{GB} + 5\overrightarrow{GC} = \vec{O}$

a) Montrer que G est le barycentre des points pondérés (D,l) et (C,5) et aussi barycentre des points pondérés (I,-2) et (J,5).

b) En déduire que les droites (IJ) et (CD) sont sécantes.

3) soit K le barycentre des points pondérés (B,-2) et (C,5). Montrer que les droites (AK),(IJ) et (CD) sont concourantes.

Exercice 118 :

Soit ABC un triangle isocèle de sommet principal A et I = B*C.

Soit E barycentre des points pondérés (A,4) ; (C,-1).

1) a) Construire E et F.

   b) Montrer que $\overrightarrow{CE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{CA} = \frac{3}{4}\overrightarrow{CF}$, en déduire que (AE) et (BF) sont parallèles.

2) soit M le point défini par : $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{ME} - 2\overrightarrow{MB} = \vec{O}$.

   a) Montrer que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{IC}$.

   b) On suppose B et C sont fixes et A varie. Sur quelle ligne varie M.

3) Soit L barycentre des points pondérés (A, 4) et (B, 3)

   a) Montrer que L barycentre des points pondérés (E, 4) et (F, 3).

   b) Construire L (en justifiant).

4) Déterminer les réels x et y tel que A barycentre des points (F,x^2+y) et (C,x+y)

Exercice 119 :

(les parties A et B sont indépendantes)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (o, $\vec{u}$, $\vec{v}$)

A) Soit f l'application définie sur IR par: f(x) = | x + 1 | -2 | x - 1 |-x + 2

On désigne par ξ_f la courbe représentative de f dans (0, $\vec{u}$,$\vec{v}$)

1) Montrer que f est affine par intervalles

2) tracer ξ_f (au crayon)

B) Soit A(1,-1); B(0,1); C(3,3); et D(4,3) et on désigne par ξ_f la courbe représentative de la fonction g telle que ξ_g = [AB) ∪ [AC] ∪ [CD).

1) a) Tracer ξ_g (en bleu) dans le même repère $(0, \vec{u}, \vec{v})$

b) Exprimer g(x) en fonction de x.

2) Résoudre graphiquement

a) $g(x)=3$ b) $-1 < g(x) < 3$ c) $[g(x)]^2 - 6g(x) + 9 = 0$

3) Soit h l'application définie sur IR par $h(x) = |g(x)|$ On désigne par ξ_h la courbe représentative de h

a) représenter ξ_h dans le même repère $(o, \vec{u}, \vec{v})$

b) Déterminer graphiquement les valeurs de m pour que l'équation h(x)=m admet exactement 4 solutions.

__Exercice 120 :__

On considère un triangle isocèle ABC en C tel que AB=4

On désigne par I le milieu de [AB] et par J le milieu de [AC]

Soit D le barycentre des points pondérés (A,3) et (B,-2).

a) Construire D.

b) Montrer que B barycentre de A et D affectées de coefficients que l'on précisera.

c) Déterminer et construire les ensembles suivants :

E= { M $\in$ IP tel que $\|3\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}\| = \frac{1}{2}\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\|$ }

F= { M $\in$ IP tel que $\|2\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MC}\| = \|4\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MJ}\|$ }

2)Soit G le point du plan défini par : $3\overrightarrow{GA} - 2\overrightarrow{GB} + 5\overrightarrow{GC} = \vec{O}$

a) Montrer que G est le barycentre des points pondérés (D ,1) et (C,5)

b) Montrer que G, I, J sont alignés (utiliser l'égalité $5\overrightarrow{GC} = 3\overrightarrow{GC} + 2\overrightarrow{GC}$)

c) Déduire une construction de G . 2:

3) Soit K le barycentre des points pondérés (B,-2) et (C,5) 2:

Montrer que les droites (AK), (IJ) et (CD)sont concourantes. 2:

4) On suppose que B et C sont fixes et A variables.

a) Sur quelle ligne varie le point I.

b) En déduire l'ensemble des points G lorsque I varie.

<u>Exercice 121 :</u>

Soit l'équation (E) : $2x^2-13x-8=0$.

a) Dites pourquoi l'équation (E) admet deux racines x' et x'' puis déterminer x'+x'' et x'.x''.

b) Sans calculer x' et x'' calculer :

$A= (x'+3)(x''+3)$; $B = x'^2 + x''^2$; $C = \frac{x'}{x''} + \frac{x''}{x'}$.

<u>Exercice 122 :</u>

1) Déterminer deux réels x et y vérifiant :

$$\begin{cases} x+y = 14 \\ x.y = 1 \end{cases}$$

2) Soit l'équation (E) : $x^4 - 4x^2-2 = 0$

   a) Résoudre l'équation (E).

   b) En déduire les solutions de : $-x^5 + 4x^3 + 2x = 0$

<u>Exercice 123 :</u>

Résoudre dans IR et discuter suivant les valeurs du paramètre réel m l'inéquation (I) : $\frac{(m^2-1)x-1+m}{x^2+5} \leq 0$.

<u>Exercice 124 :</u>

1) Résoudre dans IR et discuter suivant les valeurs du paramètre réel m l'équation (E) : $(2m-1)x-(m+1)x = 2(m+2)x - 2(3m-1)$.
2) Comment faut – il choisir le paramètre m pour que l'équation (E) ait une solution positive et inférieure à 2.

Exercice 125 :

Soit ABC un triangle isocèle de sommet principal A.

1) a) Construire le point I défini par : $\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IC}=\vec{O}$

   b) Construire le point J défini par : $\overrightarrow{IJ}=-2\overrightarrow{IB}$.

2) Montrer que : $\overrightarrow{AJ}=2\overrightarrow{BC}$.
3) On suppose que les points B et C sont fixes . Trouver l'ensemble des points J lorsque A varie.

Exercice 126 :

Résoudre dans IR les équations :

$\frac{x-1}{x+2} = \frac{4(x+2)}{x-1}$

$mx - 5 = m^2x-m$.

Exercice 127 :

Résoudre dans IR les inéquations :

$\frac{|x|+5}{|x+3|-2}<0$

$(m^2-9)x-1 \geq (2m+6)x-m+1$

Exercice 128 :

f : IR $\rightarrow$ IR ***Exercice 126 :***

Résoudre dans IR les équations :

$\frac{x-1}{x+2} = \frac{4(x+2)}{x-1}$

$mx - 5 = m^2x-m$.

Résoudre dans IR les équations :

$$\frac{x-1}{x+2} = \frac{4(x+2)}{x-1}$$

mx –5 = m²x-m.

Exercice 127 :

Résoudre dans IR les inéquations :

$$\frac{|x|+5}{|x+3|-2}<0$$

$(m^2-9)x-1 \geq (2m+6)x-m+1$

Exercice 128 :

f : IR $\to$ IR ***Exercice 126 :***

Résoudre dans IR les équations :

$$\frac{x-1}{x+2} = \frac{4(x+2)}{x-1}$$

mx –5 = m²x-m.

Résoudre dans IR les équations :

$$\frac{x-1}{x+2} = \frac{4(x+2)}{x-1}$$

mx –5 = m²x-m.

Exercice 127 :

Résoudre dans IR les inéquations :

$$\frac{|x|+5}{|x+3|-2}<0$$

$(m^2-9)x-1 \geq (2m+6)x-m+1$

Exercice 128 :

f : IR $\to$ IR ***Exercice 126 :***

Résoudre dans IR les équations :

$$\frac{x-1}{x+2} = \frac{4(x+2)}{x-1}$$

$mx - 5 = m^2x - m$.

Résoudre dans IR les équations :

$\frac{x-1}{x+2} = \frac{4(x+2)}{x-1}$

$mx - 5 = m^2x - m$.

Exercice 127 :

Résoudre dans IR les inéquations :

$\frac{|x|+5}{|x+3|-2} < 0$

$(m^2-9)x - 1 \geq (2m+6)x - m + 1$

Exercice 128 :

f : IR $\rightarrow$ IR ***Exercice 126 :***

Résoudre dans IR les équations :

$\frac{x-1}{x+2} = \frac{4(x+2)}{x-1}$

$mx - 5 = m^2x - m$.

x $\mapsto$ $|1-x| + |x+2|$ -x

Représenter graphiquement la courbe de f dans un repère orthonormé (o, $\vec{i}$, $\vec{j}$)

Exercice 129 :

A, B, C trois points , donner $\alpha \in$ IR ;

f : P $\rightarrow$ P

M $\mapsto$ M' tel que $\overrightarrow{AM'} = \overrightarrow{AM} + \alpha\overrightarrow{BM} - 3\overrightarrow{CM}$.

Déterminer la valeur de α pour que f soit une translation, déterminer alors son vecteur.

Exercice 130 :

Trouver les domaines de définition des fonctions suivantes :

F : IR $\rightarrow$ IR g : IR $\rightarrow$ IR h : IR $\rightarrow$ IR k : IR $\rightarrow$ IR

$x \mapsto \frac{\sqrt{x+1}}{x-1}$ $\quad$ $x \mapsto \sqrt{\frac{x+2}{-x^2+3x+4}}$ $\quad$ $x \mapsto \frac{x}{E(x)+2}$ $\quad$ $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{3x^2-x+7}-3}$

Exercice 131:

1) Simplifier l'expression : $A(x) = \frac{x^3+1}{-x^2+3x+4}$
2) Etudier les variations de la fonction m sur les intervalles $]-\infty, \frac{3}{2}]$ puis $[\frac{3}{2}, +\infty[$ et déduire son tableau de variations.

m : IR $\rightarrow$ IR

$x \mapsto -x^2+3x+4$.

3) Montrer que pour tout $x \in$ IR on a : $m(x) \leq \frac{25}{4}$.

Exercice 132 :

On considère dans un plan (P) un carré ABCD de centre O et côté a ($a \in IR^{*}_{+}$).

Sur la perpendiculaire en A à ce plan on place un point S tel que AS = a et on désigne par I le milieu de [SB].

1) Calculer en fonction de a : SC puis SD.
2)
   a) Quel est le plan médiateur de [SB] ? justifier.
   b) En déduire que les plans (DAI) et (SBC) sont perpendiculaires.
3) Les plans (ADI) coupe (SC) en un point J.
   a) Montrer que (AD) et (IJ) sont parallèles.
   b) En déduire que J est le milieu de [SC].
4) Montrer que les plans (OIJ) et (SAD) sont parallèles.
5) Quel est l'axe du cercle circonscrit à (ABCD) ? justifier.
6) Calculer en fonction de a les distances : OJ ; JD puis OI.

Exercice 133 :

1) Résoudre dans IR les inéquations suivantes :

a) $\sqrt{x+3} > x-2$ b) $\frac{2x+1}{x-1} > x+2$

2) Soit $f(x) = x^2-3x+\frac{1}{4}+m$ où $m \in$ IR.

a) Pour quelle valeur de m l'équation f(x) = 0 admet une solution double.

b) Pour la valeur de m trouvée, étudier le signe de f(x).

c) Déduire de ce qui précède que la fonction g définie sur IR par :

$g(x) = x^2-3x$ admet une valeur minimale.

Exercice 134 :

Résoudre les équations et les inéquations suivantes :

a) $2x^2-3x+1=0$

b) $5x^2-8x+2=0$

c) $6x^2+3x+1 \leq 0$

e) $x^2-2\sqrt{2}x-3 \geq 0$

f) $2x^2-7x+5 \leq 0$

g) $x^2-ax+a-1=0$

Exercice 135:

Déterminer x et y sachant que $\begin{cases} x^2+y^2 = 20 \\ x.y = -8. \end{cases}$

Exercice 136 :

$f(x) = (1+m)x^2-2(m+1)x-m+2$ avec   ($m \in$ IR)

1) Déterminer m tel que f(2) = 0.

2) Déterminer m tel que f(x) une racine double la calculer.

3) a) Pour quelles valeurs de m f(x) n'admet pas de racines.

b) En déduire l'ensemble des réels m pour que $f(x) \geq o$ pour tout $x \in$ IR.

4) Pour m =-3, résoudre l'équation $f(x) \leq 2$.

Exercice 137 :

Résoudre dans IR les équations suivantes :

1) $x^2-5x+6 = 0$.
2) $x^2-(\sqrt{2}+\sqrt{5})x + \sqrt{10} = 0$.
3) $\sqrt{3x-5} = x-3$.
4) $3(x+2)^2-2|x+2|-8 = 0$.
5) $x^4-3x^2+2 = 0$.
6) $3x^4-11x^2-4 = 0$.
7) $\frac{x^2+x-12}{x^2-8x-15} = 0$.

Exercice 138 :

Résoudre dans IR :

1) $3x^2-4x-7=0$.
2) $x-1 = \sqrt{2x+6}$.
3) $\sqrt{4x-3} = \sqrt{x}+2$.
4) $(x^2-3x)^2 = 2x^2-6x+8$.

Exercice 139 :

Soit l'équation (E) : $x^3 + 2x^2-3x-6 = 0$.

1) Vérifier que –2 est une racine de (E).
2) Résoudre dans IR l'équation (E).
3) Déterminer les ensembles suivants :

A= $\{x \in IR \ / \ x^3+2x^2-3x-6 < 0\}$.

B= $\{x \in IR \ / \ \frac{x^3+2x^2-3x-6}{-2x^2+3x+5} \leq 0\}$.

Exercice 140 :

Résoudre dans IR les équations suivantes :

$(E_1) = \sqrt{2x-5} = x+2$.

$(E_2) = \sqrt{2x^2+5} - \sqrt{7x-5} = 0$.

$(E_3) = \frac{2x^2-8x+3}{3x^2-5x+9} = 0$.

$(E_4) = \frac{2x+1}{x+3} = \frac{3x-1}{x-1}$.

Exercice 141 :

a) Résoudre ses équatio x+5 = 0.

b) $(2+\sqrt{3})x^2 - 2x - \sqrt{3} = 0$.

c) $3x^2 + (2\sqrt{3}+3)x - 6 - 2\sqrt{3} = 0$.

d) $6x^2 = 3x+3$.

Exercice 142 :

Soit la fonction f : IR $\rightarrow$ IR

$x \mapsto x^3+2x^2-3x-6$

1) Vérifier que f(-2) = 0.

2) En déduire une factorisation de f(x).

3) Déterminer les solutions de f(x) = 0.

Exercice 143 :

Résoudre dans IR :

$2x^2-7x+3 = 0$; $5x^2+4x-1 = 0$; $3x^2-x+2 = 0$; $\sqrt{x+2} = 2x+1$

Exercice 144 :

Soit (E) : $(1+m)x^2-3mx+2m-1 = 0$; $m \in$ IR – {-1}.

1) Dites pourquoi (E) admet – elle le réel « 1 » comme solution, pour tout $m \in$ IR – {-1}.

Calculez le discriminant de (E). Pour quelle valeur de m, (E) admet – elle une racine double ?ns sans utiliser le discriminant :

2) $-3x^2-2$

Exercice 145 :

On considère les fonctions f et g :

f : IR $\rightarrow$ IR

$x \mapsto f(x) = |2x+3| - |1-x| - x - 1$

g : IR $\rightarrow$ IR $\quad \big\{$ $x+4$ si $x \in]-\infty ; -2]$

$x \mapsto g(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x \in [-2\ ;\ 4] \\ x-2 & \text{si } x \in [4\ ;\ +\infty[\end{cases}$

1) Montrer que f est une fonction affine par intervalles.
2) Représenter les fonctions f et g sur un même repère.
3) Résoudre graphiquement :

$f(x) = g(x)$; $f(x) < g(x)$.

<u>Exercice 146:</u>

On considère A, B , C trois points non alignés du plan, I le barycentre de (A ; 1), (B ; 2) et J celui de (A ; 1), (C ; -3).

1) Construire I et J.
2) Calculer le rapport de l'homothétie h de centre A qui transforme B en I (h(B) =I).
3) Montrer que h(J) =C, que (IC) et (BJ) sont parallèles et évaluer le rapport $\frac{CI}{BJ}$.
4) Les droites (BC) et (IJ) se coupent en O. Définir l'homothétie h' telle que h'(I) = J et h'(C) = B.

<u>Exercice 147 :</u>

1) Résoudre dans IR:

a) $x^2 - 2x - 3 = 0$ b) $\sqrt{x} = 6 - x$ c) $3x^4 + 5x^2 - 8 = 0$.

2) On considère dans IR l'équation: (E): $x^3 - 21x + 20 = 0$.

a) Vérifier que 1 est une racine de (E).

b) Déterminer les réels a, b et c tel que : $x^3 - 21x + 20 = (x-1)(ax^2+bx+c)$.

c) Résoudre (E) dans IR.

<u>Exercice 148 :</u>

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j})$. Soient A(-4 ;O) , B(-3 ;2), C(i ;2) et D(2 ;4) ; f est une fonction affine par intervalle dont la représentation graphique est

$C_f = [BA) \cup [BC] \cup [CD)$.

1) a) Tracer en bleu C_f dans le même repère.

 b) Déterminer l'expression de f(x).

2) Soit g la fonction affine par intervalle définie dans R par:

$g : x \rightarrow |x+3| - |x-2| - x + 1$

a) Montrer que

$$g(x) = \begin{cases} -x-4 & \text{si } x \leq -3 \\ x+2 & \text{si } -3 \leq x \leq 2 \\ -x+6 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

b) Représenter graphi4uement Cg de g dans le même repère en (rouge).

c) Résoudre graphiquement les équations g(x) =2 et g(x)= 4.

d) En déduire les solutions de l'équation $2 \leq g(x) \leq 4$.

3) Résoudre graphiquement f(x) = g(x).

4) Soit $h(x) = | g(x) |$.

a)Tracer C_h à partir de C_g (expliquer).

b) Résoudre dans IR l'équation h(x) = 1.

__Exercice 149 :__

Soit EFH un triangle et I le milieu de [HF].

1) Construire G le barycentre des points pondérés (E, -3) et (H, 1).

2) Soit Ie point K définie par: $-3\overrightarrow{KE}+\overrightarrow{KH}+\overrightarrow{KF}=\vec{O}$

a) Montrer que K est le barycentre des points pondérés (E, -3) et (I,2).
b) Construire le point K.
c) Montrer que (EI) et (FG) sont sécantes en K.

3) Soit M un point quelconque du plan

a) Montrer que: $-3\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MH}+\overrightarrow{MF}=-\overrightarrow{MK}$

b) Déterminer l'ensemble des points M du plan dans chacun des cas suivants:

$\| \quad -3\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MH}+\overrightarrow{MF}=-\overrightarrow{MK} \quad \| = \left\|\overrightarrow{MF}-\overrightarrow{MH}\right\|$.

$\| \quad -3\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MH}+\overrightarrow{MF} \quad \| = \left\|-3\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MH}+\overrightarrow{MG}\right\|$.

__Exercice 150 :__

1) Représenter graphiquement la fonction $f(x) = \sqrt{1-4x+4x^2}-|x+2|$ dans un repère (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$).
2) Résoudre graphiquement f(x) =0 puis f(x) < 0.
3) Tracer dans le même repère Δ : $y = -\frac{1}{2}x+1$.
4) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de Δ et de la courbe de f.
   a) Graphiquement .
   b) Par calcul.

5) On pose g(x) = Sup. (f(x) , $-\frac{1}{2}$ x+1).

Déduire la courbe de g.

6) Résoudre par le calcul f(x) = $\frac{1}{x+3}$

Exercice 151 :

Soit ABC un triangle et G le point du plan tel que :

$2\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{O}$ et I = B*C.

1) Montrer que G, A et I sont alignés.

Soit J le barycentre des points pondérés (A, 2) et (B, 1) et k le barycentre des points pondérés (A, 2) et (C, 1).

2) Montrer que G $\in$ (JC) et G $\in$ (KB).

3) Déduire que :

a) (AI) ; (BK) et (CJ) sont concourantes.

b) $\frac{\overrightarrow{IG}}{\overrightarrow{IA}}+\frac{\overline{JG}}{\overline{JC}}+\frac{\overrightarrow{KG}}{\overline{KB}}=1$.

4) Déterminer et construire les ensembles suivants :

E = {N$\in$P tels que : $\left\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=8$ }.

F = {N $\in$P tels que $\left\|2\overrightarrow{NA}+\overrightarrow{NB}\right\|=\left\|\overrightarrow{NB}-\overrightarrow{NC}\right\|$.

Soit h : P $\rightarrow$ P

T $\mapsto$T' tel que $\overrightarrow{TT'}=\alpha\overrightarrow{TA}+\overrightarrow{TB}+\overrightarrow{TC}$ avec ($\alpha \in$ IR).

5) Montrer que :

a) si α=-2, alors h est une translation dont on précisera le vecteur.

b) Si α=2, alors h est une homothétie dont on précisera le rapport et le centre.

Exercice 152 :

Soit la fonction définie sur IR par : $\begin{cases} f(x) = -x-1 \text{ si } x \in]-\infty, -1[\\ f(x) = x+1 \text{ si } x \in [-1, 0[\\ f(x) = |x-2|-1 \text{ si } x \in [0, +\infty[. \end{cases}$

1) Montrer que f est une fonction affine par intervalles .

2) Représenter f dans un repère R (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) (l'unité 2Cm).

3) Résoudre graphiquement f(x) = 0 ; f(x) $\geq$ 1.

4) a) Marquer les points A(-2, 0), B(0, 2), C(2, 1), D(3, 1) et tracer la courbe

φ_g =[BA)$\cup$[BC] $\cup$[CD).

b) Résoudre graphiquement f(x) = g(x).

5) Soit h : IR $\rightarrow$ IR

X $\mapsto$ Sup. (f(x), g(x)).

Déterminer graphiquement l'expression de h(x).

Exercice 153 :

Soit ABC un triangle isocèle de sommet principal A et I= B*C.

Soit E barycentre des points pondérés (B, 3) (C,1) et F barycentre des points pondérés (A, 4) , (C, -1).

1) a) Construire E et F.

b) Montrer que $\overrightarrow{CE}=\frac{3}{4}\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{CA}=\frac{3}{4}\overrightarrow{CF}$, en déduire que (AE) et (BF) sont parallèles.

2) Soit M le point défini par : $\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{ME}-2\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{O}$.

   a) Montrer que $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{IC}$.

   b) On suppose que B et C sont fixes et A varie. Sur quelle ligne varie M.

3) Soit L barycentre des points pondérés (A, 4) et (B, 3).

   a) Montrer que L est barycentre des points pondérés (E, 4) et (F, 3).

   b) Construire L (en justifiant).

4) Déterminer les réels x et y tel que A barycentre des points (F,x^2+y) et (C,x+y)

Exercice 154 :

Soit un triangle isocèle ABC de sommet principal A, et le point I barycentre des points pondérés (A,5) et (C,-2).

1) Construire le point I.

2) Soit G le défini par : $5\overrightarrow{GA}+2\overrightarrow{GB}2\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{O}$

   a) Montrer que G est le barycentre des points pondérés (I,3) et (B,2).

   b) Construire G.

3) a) Déterminer et construire l'ensemble C des points M du plan tels que:

$\left\|5\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MC}\right\|=2\left\|\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MA}\right\|$.

b) Montrer que A $\in$ C

4) a) Montrer que pour tout point M du plan on a : $5\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}=5\overrightarrow{MG}$

b) Soit J le milieu de [BC]. Déterminer et construire l'ensemble des points M tel que:

$\left\|5\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\right\|=\frac{5}{2}\left\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|$

Exercice 155 :

La courbe C_f = [AB[$\cup$ [CE] $\cup$[ED).

Ci-contre représenter dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ une fonction affine par intervalle f.

1) a) Résoudre graphiquement f(x) = 3

f(x) = (-2) et f(x) > ($-\frac{3}{2}$)

b) Pour quelle valeur de m , l'équation f(x)=m admet — elle deux solutions distinctes ?

2) Déterminer t(x).

3) Utiliser une autre couleur pour tracer dans le même repère la courbe Cg de la fonction g définie par : g(x) = $|f(x)|$

Exercice 156 :

Soit ABC un triangle. On désigne par I et J les milieux respectifs des segments [AB] et [AC] et par D le barycentre des points pondérés (A,3) et (B, -2).

1) a) Construire le point D.

b) Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tel que:

$\left\|3\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}\right\|=\left\|\overrightarrow{MD}-\overrightarrow{MC}\right\|$

2) soit le point G définie par: $3\overrightarrow{GA}-2\overrightarrow{GB}+5\overrightarrow{GC}=\vec{O}$

a) Montrer que G est le barycentre des points pondérés (D,l) et (C,5) et aussi barycentre des points pondérés (I,-2) et (J,5).

b) En déduire que les droites (IJ) et (CD) sont sécantes.

3) soit K le barycentre des points pondérés (B,-2) et (C,5). Montrer que les droites (AK),(IJ) et (CD) sont concourantes.

Exercice 157 :

Soient les applications f : IR $\rightarrow$ IR

$$x \mapsto |x-1|$$

et g telles que g(x) = $\begin{cases} -x - 2 \text{ si } x \in]-\infty, 0] \\ ax+b \text{ si } x \in [0, 1] \\ x-1 \text{ si } x \in [1, +\infty[. \end{cases}$

1) a) Sachant que g(0) = -2 et g(1) = 0, déterminer l'expression de la restriction de g à l'intervalle [0, 1].

   b) Tracer dans un même repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ les courbes φ_f et φ_g

représentations graphiques respectives de f et g.

2) Résoudre graphiquement : g(x) = 0 ; g(x) –1 et g(x) $\leq$ 0.
3) Tracer dans le même repère et avec un autre couleur la courbe

φ_h Représentation graphique de la fonction h : IR $\rightarrow$ IR

$$x \mapsto |g(x)|$$