

**EXERCICE N° 1**

Soit  $(U_n)$  la suite définie sur  $IN$  par : 
$$\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \frac{2}{\sqrt{4-U_n^2}} \end{cases}$$

- 1) Calculer  $U_1$  et  $U_2$  puis vérifier que la suite  $(U_n)$  n'est pas arithmétique
- 2) On admet que pour tout  $n \in IN$  on a  $0 \leq U_n < \sqrt{2}$ .  
Montrer que pour tout  $n \in IN$  on a :  $U_{n+1} - U_n \geq 0$
- 3) Soit la suite  $(V_n)$  définie sur  $IN$  par :  $V_n = \frac{U_n^2}{2-U_n^2}$ .
  - a) Montrer que  $(V_n)$  est une suite arithmétique.
  - b) Exprimer  $V_n$  puis  $U_n$  en fonction de  $n$ .
- 4) Pour tout  $n \in IN^*$ , on pose :  $S_n = \sum_{k=1}^n V_k$ 
  - a) Exprimer  $S_n$  en fonction de  $n$ .
  - b) Déterminer  $n$  pour que  $S_n = 105$ .

**EXERCICE N°2**

Soit  $(u_n)_{n \geq 0}$  une suite arithmétique. On sait que  $u_5 = 125$  et  $u_{16} = 48$ .

- 1) Calculer la raison et le premier terme de cette suite.
- 2) En déduire  $u_n$  en fonction de  $n$ .
- 3) Pour quelle valeur de  $n$  a-t-on  $u_n = -127$  ?
- 4) A partir de quel rang a-t-on  $u_n \leq -250$  ?
- 5) Calculer la somme  $S = U_{1971} + U_{1972} + \dots + U_{2013}$

**EXERCICE N°3**

Soit un triangle ABC et E un point du coté [BC] distinct de B et C

- 1) Construire les points  $F = t_{\vec{BA}}(E)$  et  $G = t_{\vec{BC}}(E)$
- 2) Montrer que  $G = t_{\vec{AC}}(F)$  et que  $t_{\vec{BE}}((AC)) = (FG)$
- 3) Les droites (AC) et (EF) se coupent en un point K. La parallèle menée par K à la droite (BC) coupe (AB) en M et (FG) en N. Montrer que K est le milieu du segment [MN]