LYCEE KERKER **** DEVOIR DE SYNTHESE N°1 ☆☆☆☆ PROFESSEUR : M^r **MERKHI**	SECTION : $2^{\text{ème}}$ année sciences EPREUVE : MATHEMATIQUES Durée : 2 heures. Date : 08 / 12 / 2009

EXERCICE N°1 (3,5 points)

Répondre par vrai ou faux :

Soit $f(x) = 2x^4 + 2x^2 + 3x - 1$

$g(x) = ax^3 + bx^2 + 4x$ où $a \in IR$; $b \in IR$ $c \in IR$

$h(x) = \alpha x^4 - 2x^2 + 4x - 1$, où $\alpha \in IR$

1°) (-1) est une racine de f

2°) f peut avoir 5 racines distincts

3°) Zéro est une racine de g

4°) Le degré de g est est 3

5°) Le degré de f+h est 4

6°) On peut trouver α tel que le degré de f+h est 1

7°) Soient A ; B et C trois points distincts du plan et K le barycentre des points pondérés (A ; 1) ; (B ; 2) et (C ; 6) alors : $9\overrightarrow{AK} = 2\overrightarrow{AB} + 6\overrightarrow{AC}$

EXERCICE 2 (6 points)

1. Soit P le polynôme défini par: $P(x) = x^2 - 5x + 4$.
   - a- Résoudre dans IR, l'équation $P(x) = 0$
   - b- Déterminer le signe de P(x).
   - c- Résoudre dans IR, l'inéquation $|P(x)| < x - 1$
2. Soit Q le polynôme défini par : $Q(x) = x^3 - 7x^2 + 14x - 8$
   - a- Factoriser $x^3 - 8$ puis déduire que $Q(x) = (x - 2)\, P(x)$.
   - b- Déterminer le signe de Q(x).
   - c- Résoudre dans IR, l'inéquation $\sqrt{Q(x)} \geq x - 2$

EXERCICE 3 (3,5 points)

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \dfrac{x^2 - x - 2}{(x^2 - 1)(x + 2)}$

1. Déterminer le domaine de définition D_f de la fonction f .
2. Simplifier $f(x)$.
3. Résoudre dans IR, l'inéquation $f(x) > 0$

EXERCICE 4 (7 points)

On considère un triangle ABC rectangle en A, I = A * C et J = A * B.

I/ 1. Construire le point E le barycentre de (A, 2) et (C, 1).

2. Déterminer l'ensemble des points M du plan vérifiant :

$$\left\| 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} \right\| = \left\| \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} \right\|$$

II/ 1. Peut- on trouver un réel x tel que le point G soit le barycentre des points pondérés

(A, x^2 - 2), (B, x-3) et (C, x-1) ?

2. On donne x = 2, alors G est le barycentre des points pondérés

(A, 2), (B, -1) et (C, 1)

a- Montre que G est le barycentre de (E, 3) et (B, -1).

b- Construire le point G.

3. Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{GI}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires.

4. En déduire que AJIG est un parallélogramme.

5. Déterminer l'ensemble des points M du plan vérifiant :

$$\left\| 2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \right\| = \left\| \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} \right\|$$

<u>Bon courage</u>