

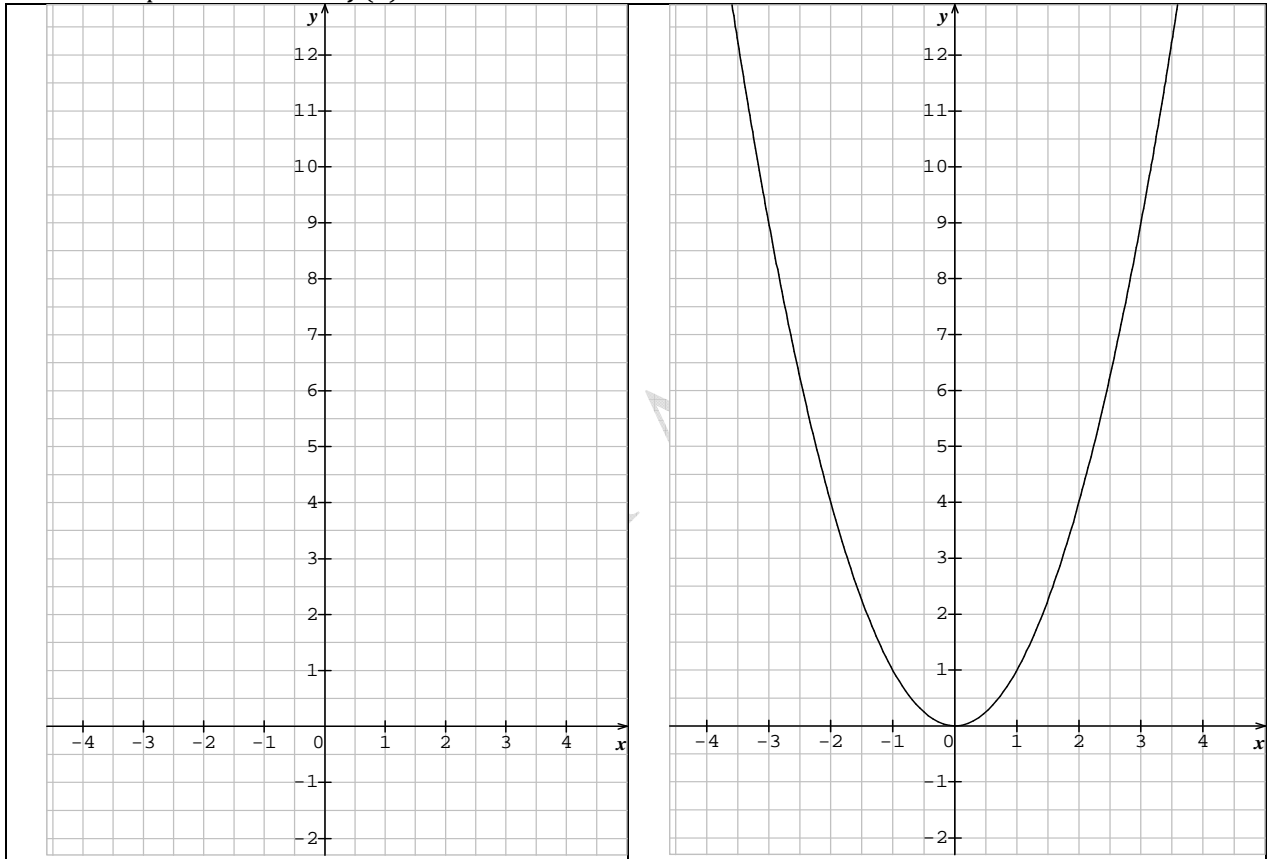
Fonctions du type $f(x) = ax^2 + bx + c$; $a \neq 0$

1) **La fonction carrée** Il s'agit de la fonction f définie sur \mathbb{R} par: $f(x) = x^2$.

a) Tracé point par point de la courbe représentative de f . Compléter ce tableau de valeurs en utilisant la calculatrice.

x	-3	$-\frac{5}{2}$	-2	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3
$f(x)$			4	$\frac{9}{4}$	1									$\frac{25}{4}$	

Tracer la courbe représentative de: $f(x) = x^2$.



La courbe représentative de $f(x) = x^2$ s'appelle une **parabole**.

b) Etude de la parité de f

Soit $x \in \mathbb{R}$, alors $-x \in \mathbb{R}$. Comparons $f(x)$ et $f(-x)$: $f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$. On dit que **f est une fonction paire**.

Graphiquement, cela signifie que les points $M(x; f(x))$ et $M'(-x; f(-x))$ qui sont des points de la courbe représentative de f sont symétriques par rapport à l'**axe des ordonnées**. La représentation graphique de f admet donc l'**axe des ordonnées** pour **axe de symétrie**.

c) Sens de variation de f . D'après le graphique, on peut établir le tableau de variation de f .

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f			

f est strictement croissante sur $[0; +\infty[$.
 f est strictement décroissante sur $]-\infty; 0]$.

Par le calcul : Soient a et b deux nombres réels tels que $a < b$. $f(a) - f(b) = a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

- Si a et b sont positifs ou nuls, alors $a + b > 0$ et comme $a - b < 0$, on déduit que $f(a) - f(b) < 0$

Donc f est strictement croissante sur $[0; +\infty[$.

- Si a et b sont négatifs ou nuls, alors $a + b < 0$ et comme $a - b < 0$, on déduit que $f(a) - f(b) > 0$

Donc f est strictement décroissante sur $]-\infty ; 0]$.

La courbe représentative de $f(x) = x^2$ est une **parabole**. Le point 0 est appelé le sommet de la parabole et la droite d'équation $x = 0$ est appelée l'axe de la parabole.

Remarque : On dit que $f(x)$ tend vers $+\infty$ quand x tend vers $+\infty$; $f(x)$ tend vers $+\infty$ quand x tend vers $-\infty$.

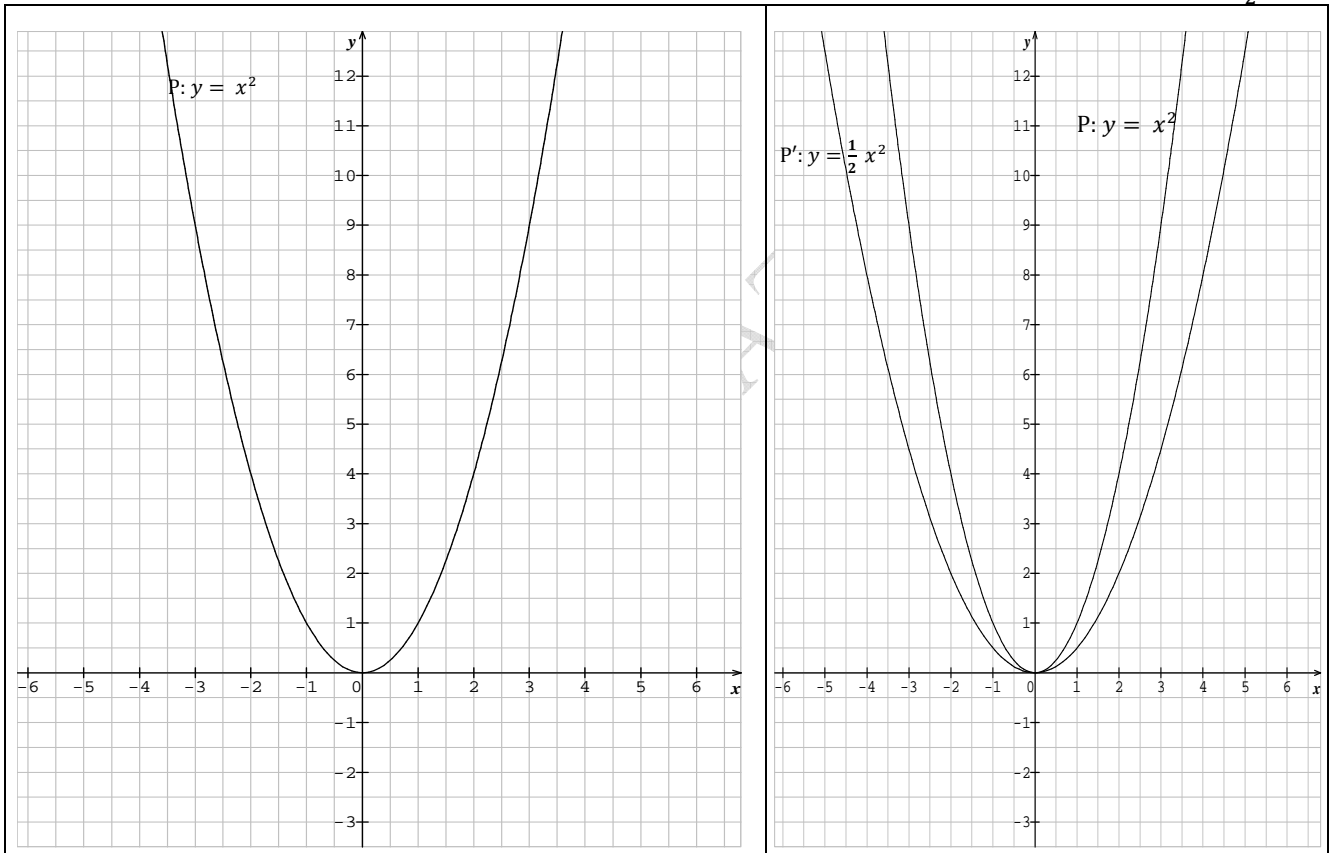
2) Fonctions du type $f(x) = ax^2 ; a \neq 0$

a) Tracé de la fonction $f(x) = \frac{1}{2}x^2$

Compléter le tableau suivant :

x	-3	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	3
$\frac{1}{2}x^2$											

Soit P la parabole d'équation : $y = x^2$ Tracer sur le graphique ci-dessous, la représentation de P' : $y = \frac{1}{2}x^2$



Observation :

Le point M(x ; y) appartient à P' si et seulement si $y = \frac{1}{2}x^2$, soit $y = x^2$ Le point N(x ; 2y) appartient donc à la parabole P.

On passe de M à N (donc de P' à P), par une dilatation verticale de coefficient et de N à M (donc de P à P'), par une dilatation verticale de coefficient

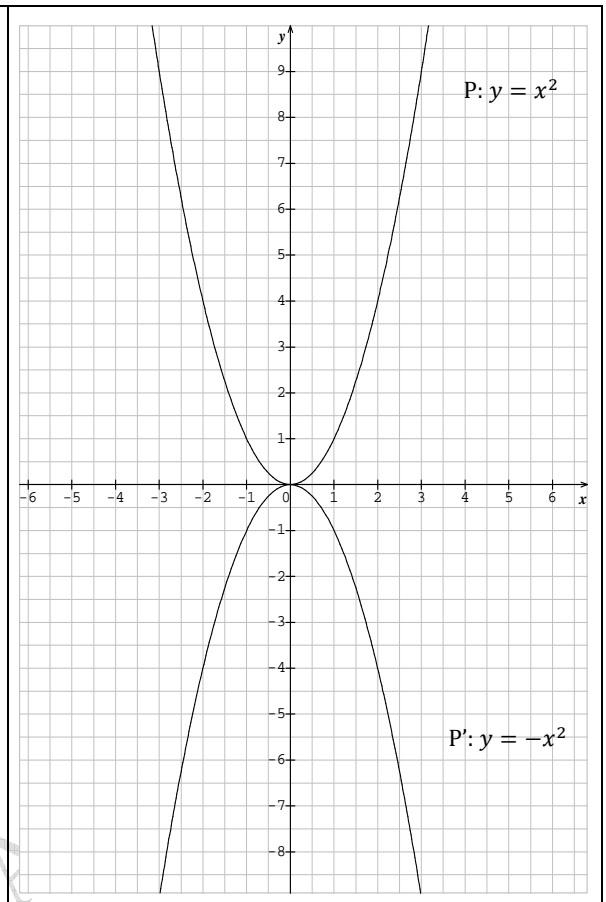
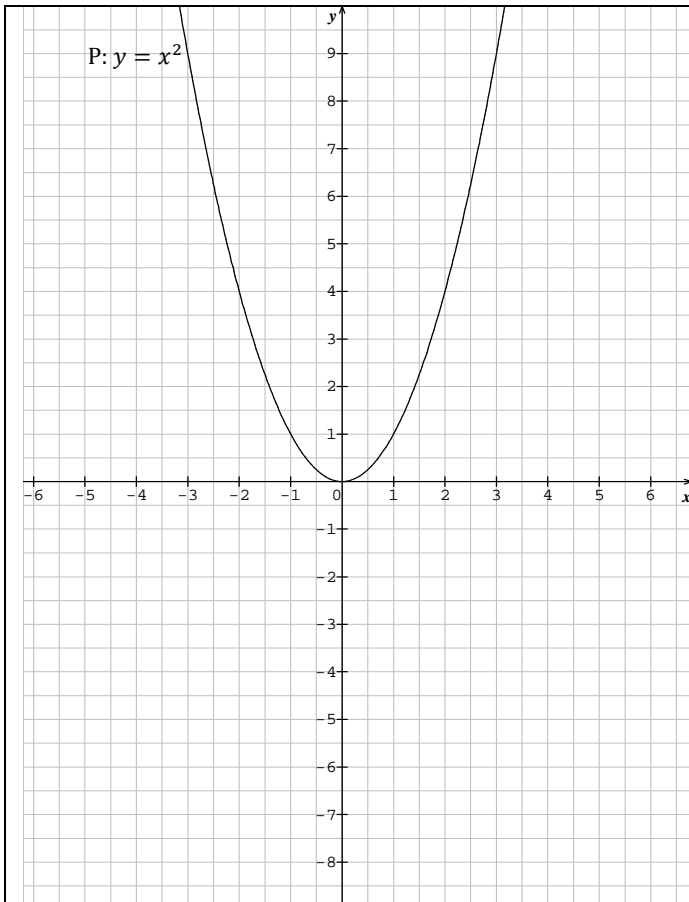
En conclusion : Pour tracer P' : $y = \frac{1}{2}x^2$ à partir de P : $y = x^2$, on lui fait subir
P' : $y = k \cdot x^2$ ($k > 0$), est déduite de P par

b) Tracé de la fonction $f(x) = -x^2$

Compléter le tableau suivant:

x	-3	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	3
$-x^2$											

Tracer sur le graphique ci-dessous, la représentation de P' : $y = -x^2$



Observation : Le point $M(x ; y)$ appartient à P' si et seulement si : $y = -x^2$, soit $-y = x^2$
 Le point $N(x ; -y)$ appartient donc à la parabole P . On passe de M à N (donc de P' à P), par une
 et de N à M (donc de P à P'), par une

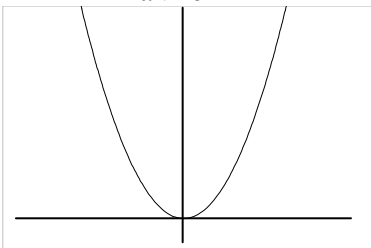
En conclusion : Pour tracer $P' : y = -x^2$ à partir de $P : y = x^2$, on lui fait subir.....
 $P' : y = -x^2$, est déduite de P par

Généralisation

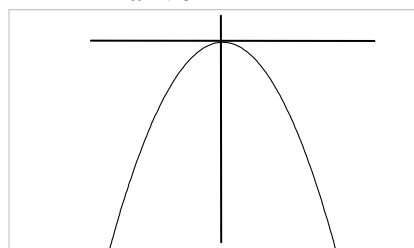
Fonctions du type $f(x) = ax^2 ; a \neq 0$

Le plan est muni d'un repère orthogonal. Soit a un réel non nul. La courbe représentative de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax^2 ; a \neq 0$, est une parabole de sommet O et d'axe de symétrie la droite d'équation: $x = 0$.

$a > 0$



$a < 0$

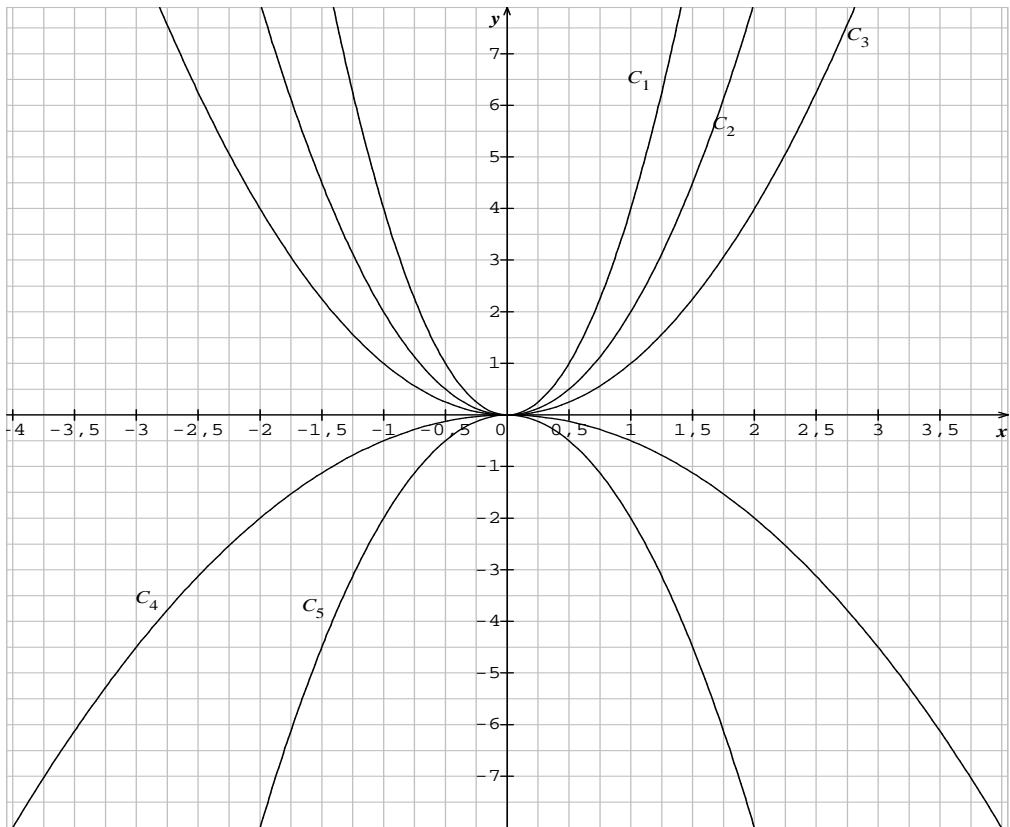


Compléter Si $a > 0 ; f$ est croissante sur et décroissante sur
 Si $a < 0 ; f$ est croissante sur et décroissante sur

Exercice

Chaque parabole du graphique ci-dessous, représente une fonction du type : $f(x) = mx^2$, ou m est une réelle.

- 1) Déterminer pour chaque parabole: $C_1 ; C_2 ; C_3 ; C_4$ et C_5 la valeur de m correspondante.
- 2) Etudier pour chaque parabole les variations de f sur \mathbb{R} .
- 3) Préciser les coordonnées du sommet de chaque parabole.



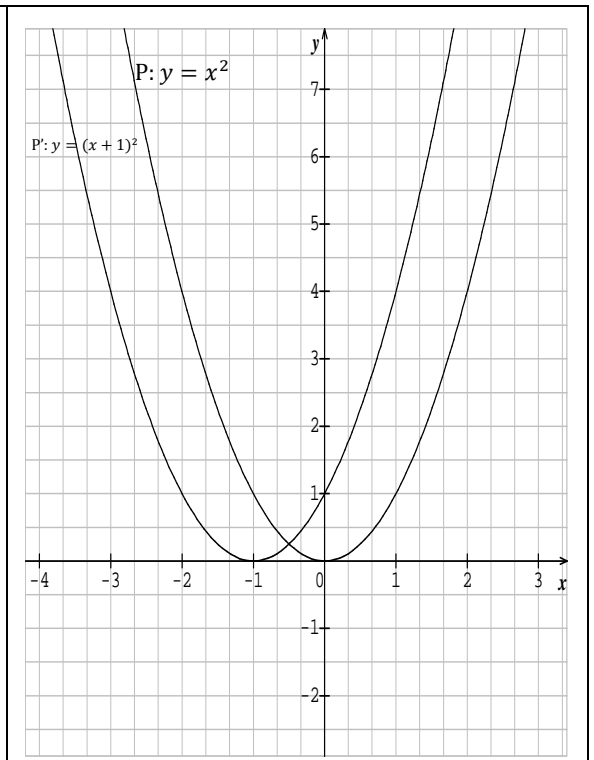
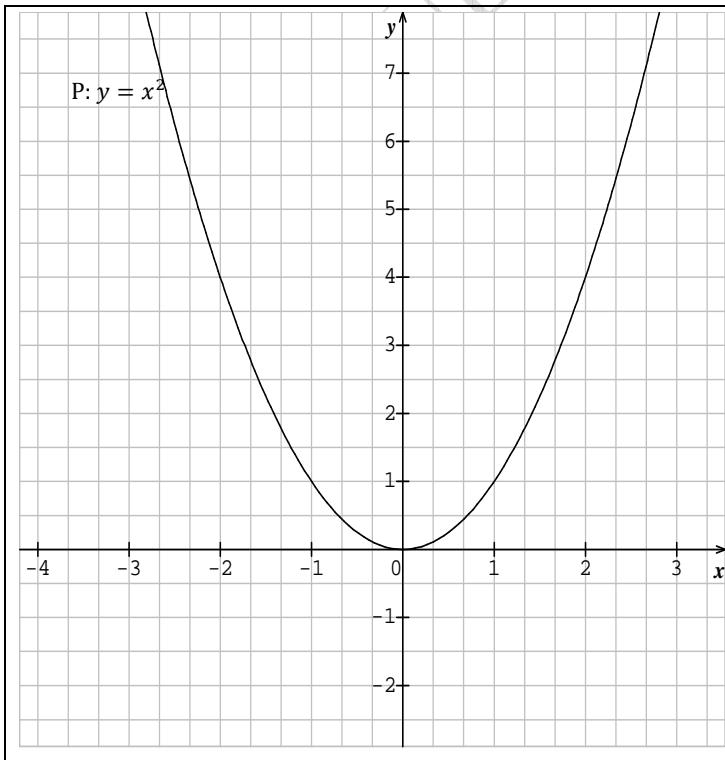
3) Fonctions du type $f(x) = a(x - \alpha)^2$; $a \neq 0$

Tracé de la fonction $f(x) = (x + 1)^2$

Compléter le tableau suivant :

x	-3	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	3
$(x + 1)^2$											

Soit P la parabole d'équation $y = x^2$. Tracer sur le graphique ci-dessous, la représentation de P' : $y = (x + 1)^2$.



Observation: Si on applique la fonction $f(x) = x^2$ à $(x + 1)$, on obtient : $f(x + 1) = (x + 1)^2$.

Le point $M(x ; y)$ appartient à P' si et seulement si $y = (x + 1)^2$. Le point $N(x + 1 ; y)$ appartient donc à la parabole P .

On passe de M à N (donc de P' à P), par une translation de vecteur et de N à M (donc de P à P'), par une translation de vecteur

Comparons P et P' . P' a-t-elle la même allure que P ? Comment trace-t-on P' à partir de P ?

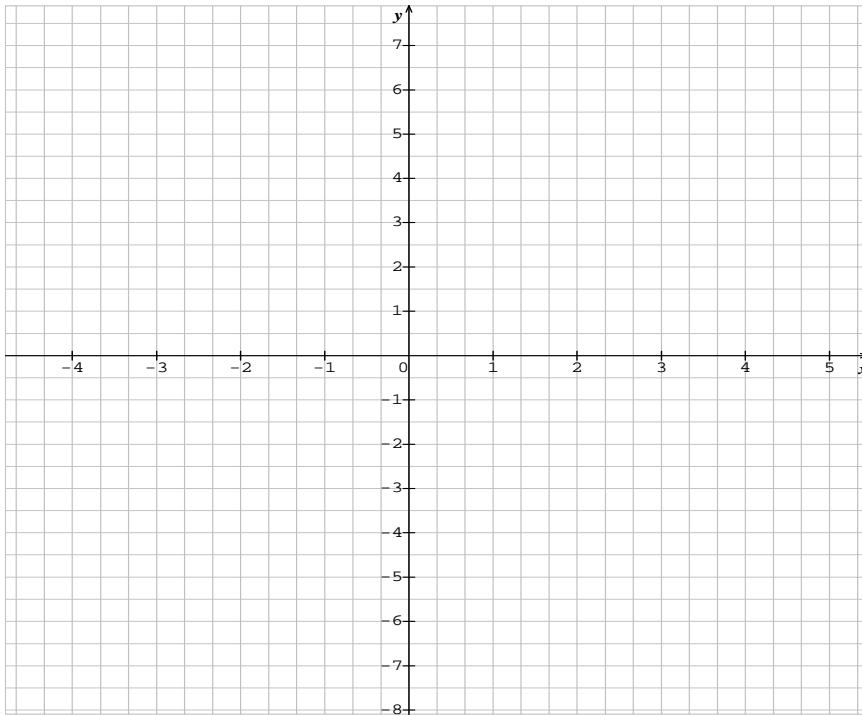
En conclusion : Pour tracer $P' : y = (x + 1)^2$ à partir de $P : y = x^2$, on lui fait subir

Généralisation

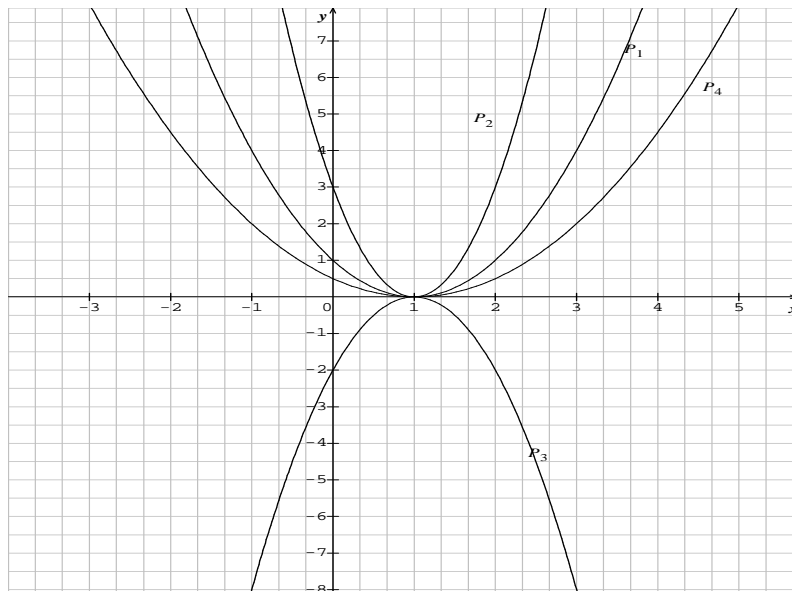
Le plan est muni d'un repère orthogonal. Soit α un réel. La courbe représentative de la fonction f définie sur \mathbb{R} par: $f(x) = (x - \alpha)^2$, est une parabole de sommet $S(\alpha, 0)$ et d'axe de symétrie la droite d'équation : $x = \alpha$.

Exercice corrigé Le plan est rapporté à un repère orthonormé (voir dessin).

- 1) On considère la parabole $P_1 : y = (x - 1)^2$. Déterminer le sommet et l'axe de P_1 , puis construire P_1 .
- 2) Dans le même repère, construire les paraboles: $P_2 : y = 3(x - 1)^2$; $P_3 : y = -2(x - 1)^2$; $P_4 : y = \frac{1}{2}(x - 1)^2$.



Correction



$P_1; P_2; P_3; \text{ et } P_4$ ont le même sommet $S(1 ; 0)$

Généralisation

Fonctions du type $f(x) = a(x - \beta)^2$; $a \neq 0$

Le plan est muni d'un repère orthogonal $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$. Soit a un réel non nul et β un réel. La courbe représentative de la fonction f définie sur \mathbb{R} par: $f(x) = a(x - \beta)^2$; $a \neq 0$, est une parabole de sommet $S(\beta ; 0)$ et d'axe de symétrie la droite d'équation: $x = \beta$.

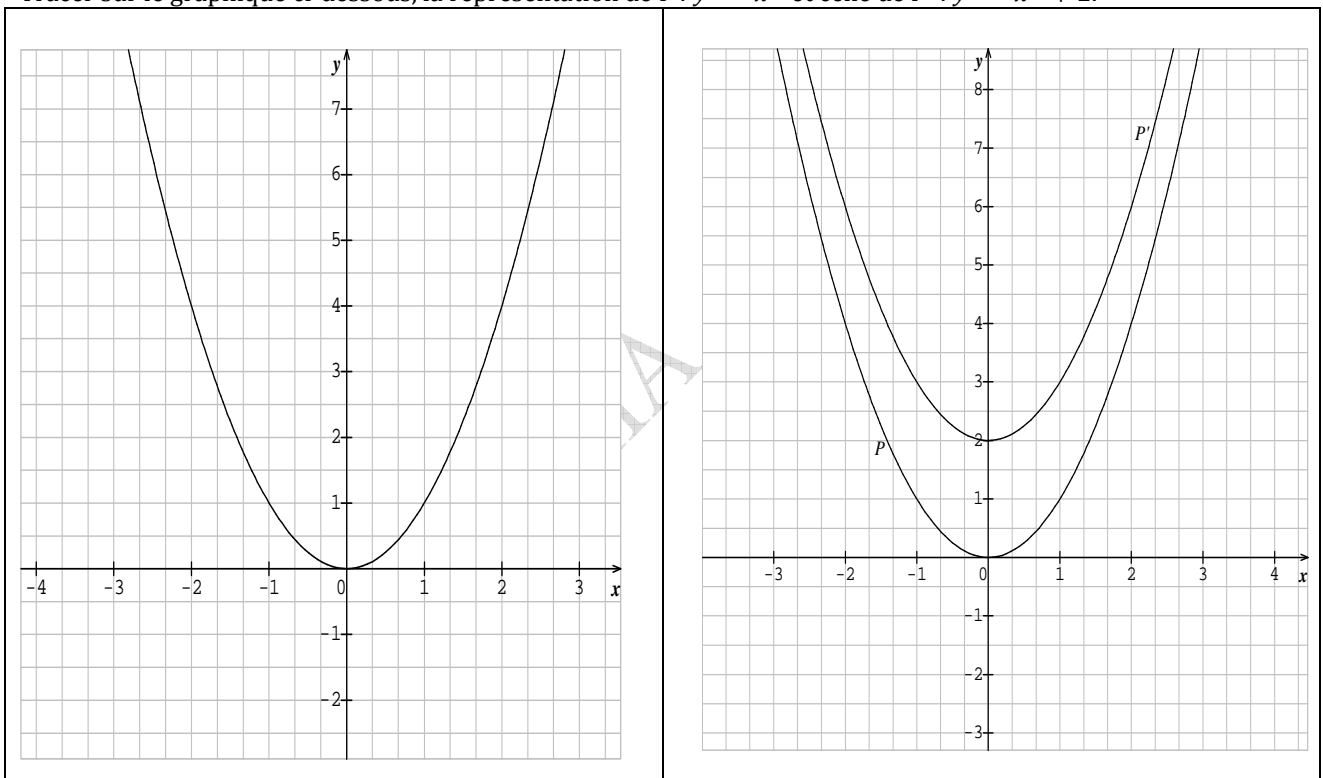
4) Fonctions du type $f(x) = x^2 + \alpha$

Tracé de la fonction $f(x) = x^2 + 2$

Compléter le tableau suivant :

x	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	3
$x^2 + 2$										

Tracer sur le graphique ci-dessous, la représentation de $P : y = x^2$ et celle de $P' : y = x^2 + 2$.



Observation: Le point $M(x ; y)$ appartient à P' si et seulement si $y = x^2 + 2$, soit $y - 2 = x^2$

Le point $N(x ; y - 2)$ appartient donc à la parabole P .

On passe de M à N (donc de P' à P), par une translation de vecteur et de N à M (donc de P à P'), par une translation de vecteur

En conclusion : Pour tracer $P' : y = x^2 + 2$ à partir de $P : y = x^2$, on lui fait subir

Généralisation :

Le plan est muni d'un repère orthogonal $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$.

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2$ et P sa parabole. Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = x^2 + \beta$, ou β un réel donné. On note P' la courbe représentative de g .

P' est l'image de la parabole P par la translation de vecteur $\beta\vec{j}$ son sommet est $S(0 ; \beta)$. et son axe de symétrie est la droite d'équation: $x = 0$

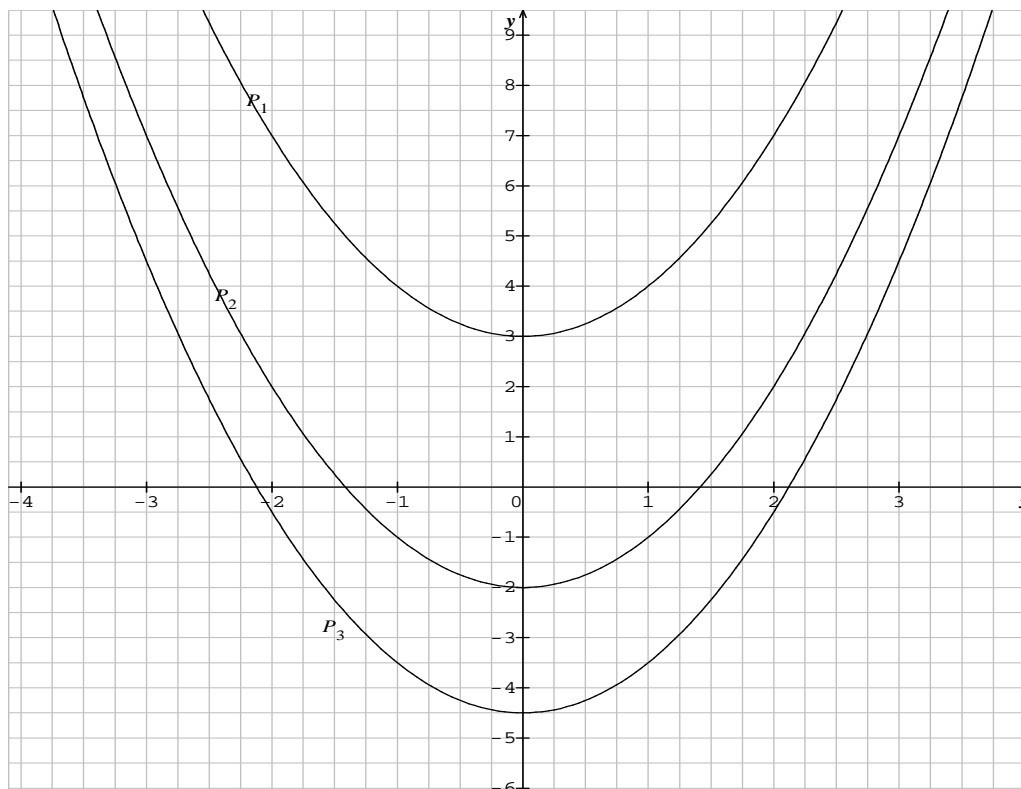
Exercice corrigé

Le plan est rapporté à un repère orthogonal $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$

Dans chacun des cas suivants, déterminer le sommet et l'axe de la parabole P, puis la construire.

a) $P_1 : y = x^2 + 3$; b) $P_2 : y = x^2 - 2$; c) $P_3 : y = x^2 - \frac{9}{2}$.

Correction



La parabole P_1 a pour sommet $S_1(0 ; 3)$ son axe de symétrie est la droite d'équation : $x = 0$

La parabole P_2 a pour sommet $S_2(0 ; -2)$ son axe de symétrie est la droite d'équation : $x = 0$

La parabole P_3 a pour sommet $S_3(0 ; -\frac{9}{2})$ son axe de symétrie est la droite d'équation : $x = 0$

5) Fonctions du type $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$

Activité

Le plan est rapporté à un repère orthogonal.

1) On considère la fonction g définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = 2x^2 + 4x - 1$ On désigne par C sa courbe représentative.

a) Vérifier que, pour tout réel x , $2x^2 + 4x - 1 = 2(x + 1)^2 - 3$.

b) Construire la parabole P d'équation $y = 2(x + 1)^2$, puis la courbe C .

2) Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = ax^2 + ax + c$, ou a, b et c des réels avec $a \neq 0$.

a) Ecrire $f(x)$ sous la forme $f(x) = a(x - p)^2 + q$, où p et q sont deux réels que l'on déterminera en fonction de a, b et c .

b) On admet que la courbe représentative de f est une parabole. Déterminer son sommet et l'équation de son axe.

Généralisation :

Soit a, b et c trois réels avec $a \neq 0$.

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax^2 + bx + c$. $f(x)$ peut s'écrire sous la forme :

$$f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta \text{ où } \alpha \text{ et } \beta \text{ sont deux réels.}$$

Le plan est muni d'un repère orthogonal. La courbe représentative de la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

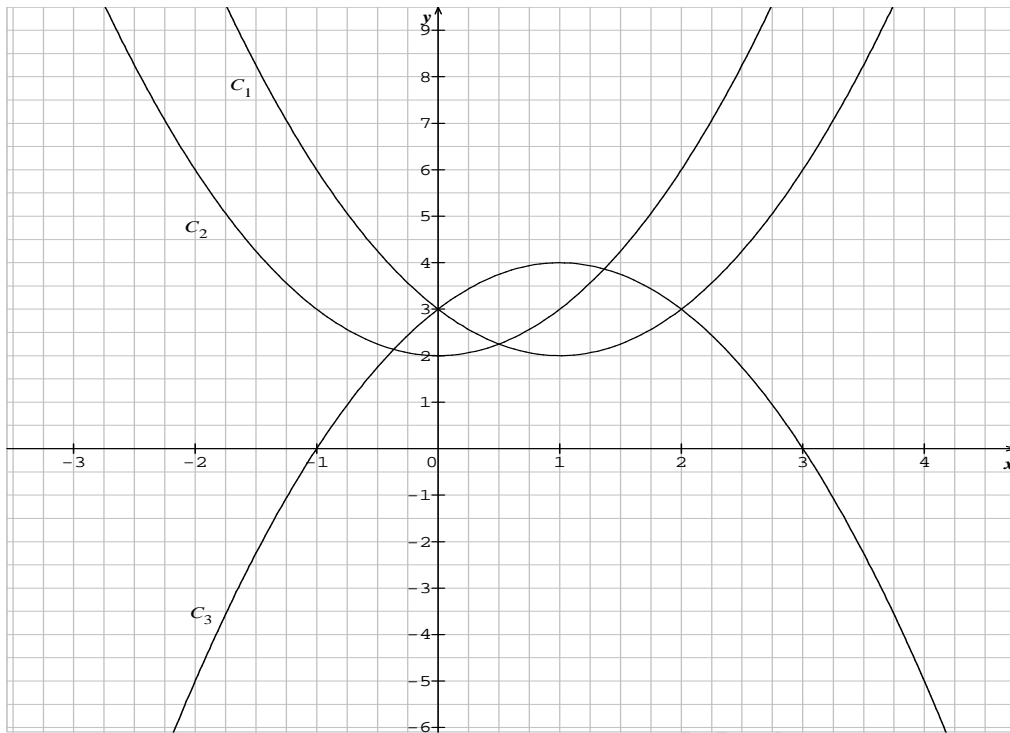
$f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$ est une parabole de sommet $S(\alpha, \beta)$ et d'axe de symétrie la droite d'équation : $x = \alpha$.

Exercice 1

Dans le graphique ci-dessous, trois paraboles, courbes représentatives de trois fonctions trinômes f, g et h telles que

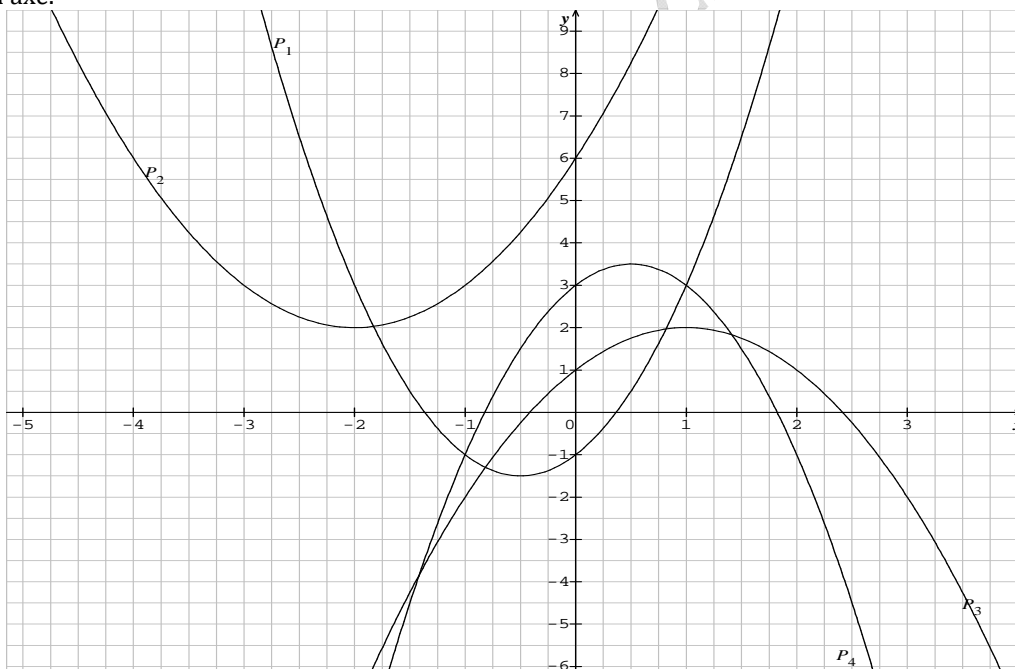
$$f(x) = (x - 1)^2 + 2 ; \quad g(x) = x^2 + 2 \quad \text{et} \quad h(x) = -x^2 + 2x + 3.$$

Associer à chaque fonction sa courbe représentative.



Exercice 2

Dans le graphique ci-dessous, P_1 , P_2 , P_3 et P_4 sont quatre paraboles. Pour chacune d'elles, préciser le sommet et l'équation de l'axe.



Théorème : $a \in \mathbb{R}^*$, $b \in \mathbb{R}$, $c \in \mathbb{R}$. Tout polynôme du 2nd degré, $P(x) = ax^2 + bx + c$ peut s'écrire sous la forme :

$$P(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta \text{ où } \alpha = -\frac{b}{2a} \text{ et } \beta = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} \quad (b^2 - 4ac \text{ est le discriminant noté } \Delta)$$

Remarque pratique : $P(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$ où $\alpha = -\frac{b}{2a}$ et $\beta = P(\alpha)$

Théorème : La représentation graphique d'une fonction polynôme définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$ est une parabole. Son sommet $S(\alpha, \beta)$ a pour abscisse $\alpha = -\frac{b}{2a}$ et pour ordonnée $\beta = P(\alpha)$.

- Si $a > 0$, la parabole est tournée vers le haut.
- Si $a < 0$, la parabole est tournée vers le bas.

Théorème : Soit f un trinôme avec $f(x) = ax^2 + bx + c$

- Si $\Delta > 0$, alors f admet deux racines

- Si $\Delta = 0$ alors f admet une racine (double)
- Si $\Delta < 0$ alors f n'admet pas de racine.

Résoudre l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ revient à résoudre l'équation $P(x) = 0$ c'est-à-dire chercher les racines de P
Graphiquement, les solutions de $P(x) = 0$ sont les abscisses des points d'intersection de C_P avec l'axe des abscisses
L'existence des solutions dépend du signe du **discriminant** $\Delta = b^2 - 4ac$

Représentation : Parabole	Nombres de racines Valeur des racines	Signe de $P(x) = ax^2 + bx + c$	Factorisation										
$\Delta > 0$ 	Deux racines : x_1 et x_2 $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>x_1</td> <td>x_2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$P(x)$</td> <td>signe de ...</td> <td>signe de ...</td> <td>signe de ...</td> <td></td> </tr> </table>	x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	$P(x)$	signe de ...	signe de ...	signe de ...		$P(x) = \dots$
x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$									
$P(x)$	signe de ...	signe de ...	signe de ...										
$\Delta = 0$ 	Une racine $x_0 = \frac{-b}{2a}$	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>x_0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$P(x)$</td> <td>signe de ...</td> <td>signe de ...</td> <td></td> </tr> </table>	x	$-\infty$	x_0	$+\infty$	$P(x)$	signe de ...	signe de ...		$P(x) = \dots$		
x	$-\infty$	x_0	$+\infty$										
$P(x)$	signe de ...	signe de ...											
$\Delta < 0$ 	Aucune racine réel	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$P(x)$</td> <td colspan="2">Signe de ...</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	$+\infty$	$P(x)$	Signe de ...		Pas de factorisation				
x	$-\infty$	$+\infty$											
$P(x)$	Signe de ...												

Exercice corrigé

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3x^2 - 21x + 18$

1) Déterminer les racines de f : ($a = 3$; $b = -21$; $c = 18$)

Racines de f : $\Delta = b^2 - 4ac = (-21)^2 - 4 \times 3 \times 18 = 225$

$\Delta > 0$ donc f admet deux racines distinctes $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-21) - \sqrt{225}}{2 \times 3} = 1$ et $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-21) + \sqrt{225}}{2 \times 3} = 6$

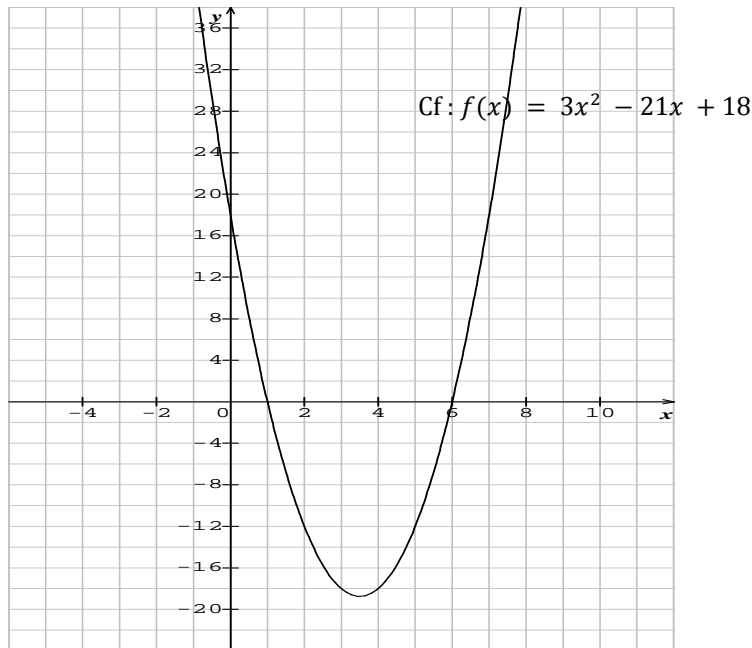
2) En déduire le signe de $f(x)$ sur \mathbb{R} (C_f est une parabole tournée vers le haut. Elle coupe l'axe des abscisses en 1 et 6)

Tableau de signes de $f(x)$:

x	$-\infty$	1	6	$+\infty$	
$f(x)$	+	0	-	0	+

3) Résoudre $f(x) \geq 0$

D'après le tableau de signe de f , l'inéquation a pour solution : $]-\infty ; 1] \cup [6 ; +\infty [$



6) Fonctions du type $f(x) = \sqrt{x+b}$

1. Étude de la fonction racine carrée $f(x) = \sqrt{x}$

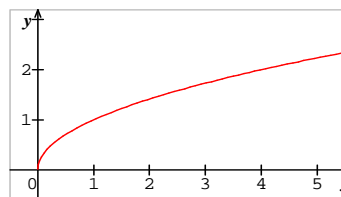
La fonction : $f(x) = \sqrt{x}$ est définie sur \mathbb{R}_+

Propriété 1 La fonction racine carrée est strictement croissante sur l'intervalle $[0; +\infty[$.

• **Tableau de variations**

x	0	$+\infty$
\sqrt{x}	0	

• **Représentation graphique**

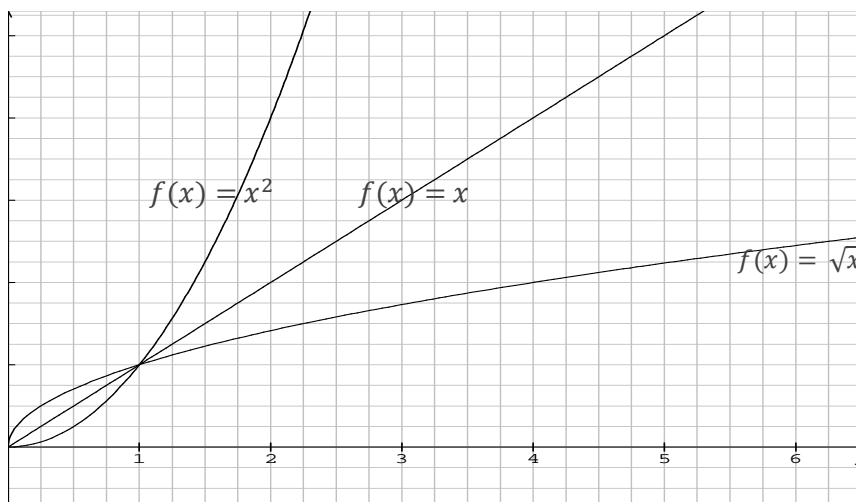


Démonstration 1 :

Soit a et b deux réels tels que $0 \leq a < b$. On a donc $b - a > 0$. $f(b) - f(a) = \sqrt{b} - \sqrt{a} = \frac{(\sqrt{b} - \sqrt{a}) \times (\sqrt{b} + \sqrt{a})}{(\sqrt{b} + \sqrt{a})} = \frac{b-a}{(\sqrt{b} + \sqrt{a})}$
 or $(\sqrt{b} + \sqrt{a}) > 0$, donc $f(b) - f(a)$ est du signe de $(b - a)$. Ainsi $f(b) - f(a) > 0$ et donc $f(a) < f(b)$.
 La fonction f est strictement croissante sur l'intervalle $[0; +\infty[$.

2. Positions relatives de x , \sqrt{x} et x^2 (pour x positif)

Propriété 2 * Pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0; 1]$, $x^2 \leq x \leq \sqrt{x}$
 * Pour tout nombre réel x de l'intervalle $[1; +\infty[$, $x^2 \leq x \leq \sqrt{x}$



Démonstration 2 :

- $0 \leq x \leq 1$. En multipliant chacun des membres par x , on obtient donc $0 \leq x^2 \leq x$ (1)

La fonction racine carrée étant croissante sur $[0; +\infty[$, on peut écrire : $\sqrt{0} \leq \sqrt{x^2} \leq \sqrt{x}$, donc $0 \leq x \leq \sqrt{x}$ (2)

Finalement, on déduit de (1) et (2) que $x^2 \leq x \leq \sqrt{x}$

- $1 < x$ On multiplie chacun des membres par x , on obtient $x < x^2$.

Puisque la fonction racine carrée est strictement croissante sur $[0; +\infty[$, alors $\sqrt{x} < x$. Ainsi $\sqrt{x} \leq x \leq x^2$.

Activité

Le plan est muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$. Soient f et g les fonctions de \mathbb{R} vers \mathbb{R} telles que : $f(x) = \sqrt{x}$; $g(x) = \sqrt{x+2}$

1) a) Déterminer l'ensemble de définition D de la fonction g .

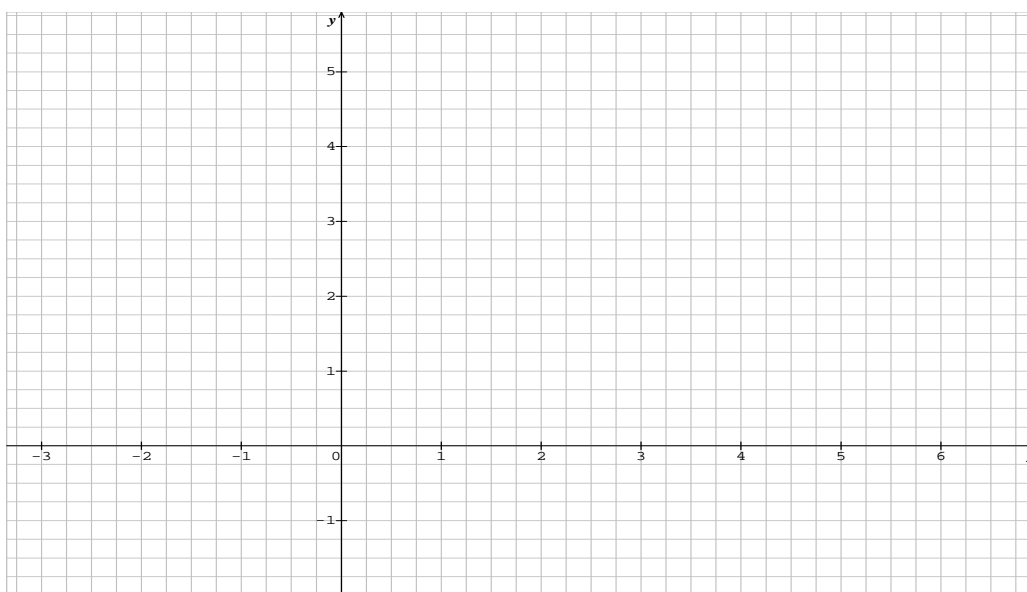
b) Etudier les variations de g sur D .

2) On désigne par C et C' les courbes représentatives de f et g .

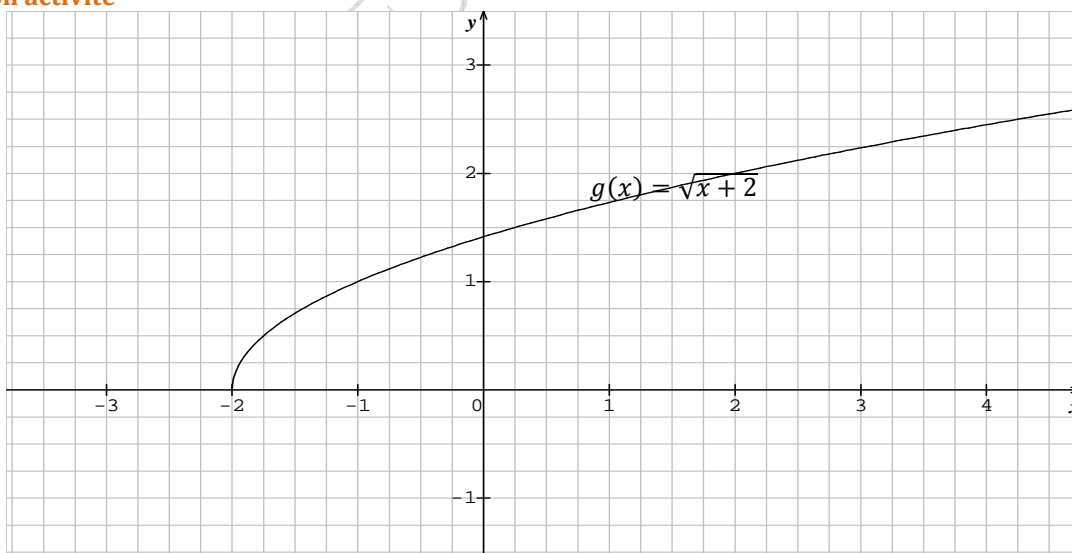
On considère la translation T de vecteur $-2\vec{i}$. Soit $M(x, y)$ un point du plan et $M'(x', y')$ son image par T .

Montrer que $M(x, y)$ appartient à C équivaut à $M'(x', y')$ appartient à C' .

Tracer la courbe C puis la courbe C' dans le même repère ci dessous.



Correction activité



Généralisation :

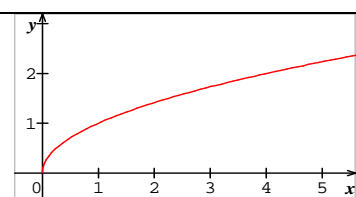
Le plan est muni d'un repère orthogonal $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

Ci-contre, la courbe représentative de la fonction g définie sur $[0; +\infty[$ par :

$$g(x) = \sqrt{x}$$

La courbe représentative de la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{x+b}$ est l'image par la translation de vecteur $-b\vec{i}$ de la courbe de la fonction g définie sur $[0; +\infty[$

$$\text{par } g(x) = \sqrt{x}$$



7) La fonction inverse. Fonctions du type $f(x) = \frac{a}{x}$

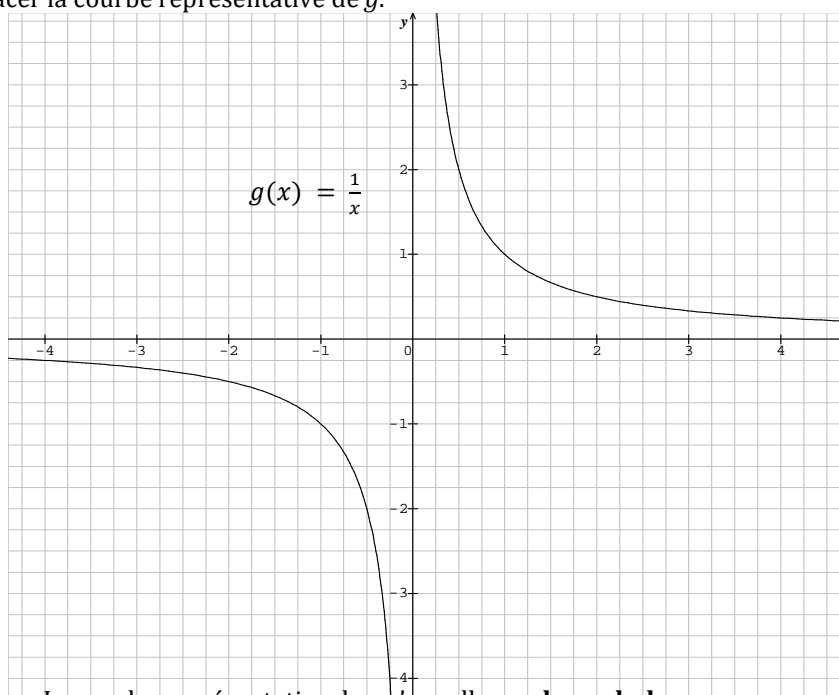
Il s'agit de la fonction g définie sur l'intervalle $I =]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$ par : $g(x) = \frac{1}{x}$.

a) Tracé point par point de la courbe représentative de g

Tableau de valeurs :

x	-5	-3	$-\frac{5}{2}$	-2	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3	5
$g(x)$	$-\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{5}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{2}{3}$	-1	-2	-4	4	2	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$

On peut alors tracer la courbe représentative de g .



La courbe représentative de g s'appelle une **hyperbole**.

b) Etude de la parité de g

Soit $x \in I$ alors $-x \in I$.

Comparer $g(x)$ et $g(-x)$: $g(-x) = \frac{1}{-x} = -\frac{1}{x} = -g(x)$. On dit que **g est une fonction impaire**.

Graphiquement, cela signifie que les points $M(x; g(x))$ et $M'(-x; g(-x))$ qui sont des points de la courbe représentative de g sont symétriques par rapport à **l'origine du repère**.

La représentation graphique de g admet donc **l'origine du repère pour centre de symétrie**.

c) sens de variation de g

D'après le graphique, on peut établir le tableau de variation de g .

x	$-\infty$	0	$+\infty$	
g	↘		↘	

g est strictement décroissante sur $]-\infty; 0[$ et sur $]0; +\infty[$.

Par le calcul : si a et b sont deux réels non nuls tels que $a < b$.

$$g(a) - g(b) = \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b-a}{ab}$$

Si a et b sont strictement positifs, $ab > 0$ et comme $b - a > 0$, on déduit que $g(a) - g(b) > 0$

Donc g est strictement décroissante sur $]0; +\infty[$.

Si a et b sont strictement négatifs, $ab < 0$ et comme $b - a > 0$, on déduit que $g(a) - g(b) > 0$

Donc g est strictement décroissante sur $]-\infty; 0[$.

Généralisation :

Fonctions du type $f(x) = \frac{a}{x}$; $a \neq 0$

Le plan est muni d'un repère orthogonal $(O; \vec{i}; \vec{j})$. Soit a un réel non nul.

La courbe représentative de la fonction f définie sur \mathbb{R}^* par $f(x) = \frac{a}{x}$ est une hyperbole de centre O et d'asymptotes les droites d'équations $x = 0$ et $y = 0$.

Exercice

- 1) Soit le fonction affine définie par $f(0) = 4$ et $f(2) = 0$.
 - a- Déterminer l'équation de la courbe représentative de f .
 - b- Tracer cette courbe dans un repère orthonormé d'unité graphique 1 cm pour $x \in [0; 4]$. Soit (Δ) cette courbe représentative.
- 2) Déterminer l'équation de la droite (D) parallèle à (Δ) passant par l'origine des axes.
- 3) Soit la fonction g définie par $g(x) = \frac{2}{x}$.
 - a- Dans le même repère, tracer la courbe (C) représentative de g , sur l'intervalle $]0; 4[$.
 - b- Déterminer graphiquement les coordonnées du point d'intersection de (Δ) et (C) .

8) Fonctions du type $f(x) = \frac{a}{x} + \beta$

Activité

- Le plan est muni d'un repère orthogonal $(O; \vec{i}; \vec{j})$. On désigne par H l'hyperbole d'équation $y = \frac{1}{x}$. On considère la fonction f définie sur \mathbb{R}^* par $f(x) = \frac{1}{x} + 2$ et on note C sa courbe représentative.
- a) Montrer que C est l'image de H par la translation de vecteur $2\vec{j}$.
 - b) On admet que la courbe C est une hyperbole. Préciser le centre et les asymptotes de C .
 - c) Tracer H et C dans le même repère.

Généralisations:

Fonctions du type $f(x) = \frac{a}{x} + \beta; a \neq 0$

Le plan est muni d'un repère orthogonal $(O; \vec{i}; \vec{j})$. Soit a un réel non nul. La courbe représentative de la fonction f définie sur \mathbb{R}^* par $f(x) = \frac{a}{x} + \beta$ est une hyperbole de centre $I(0; \beta)$ et d'asymptotes les droites d'équations $x = 0$ et $y = \beta$.

Fonctions du type $f(x) = \frac{a}{x + \alpha}; a \neq 0$

Le plan est muni d'un repère orthogonal $(O; \vec{i}; \vec{j})$. Soit a un réel non nul et α un réel. La courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-\alpha\}$ par $f(x) = \frac{a}{x + \alpha}$ est une hyperbole de centre $I(\alpha; 0)$ et d'asymptotes les droites d'équations $x = -\alpha$ et $y = 0$.

Fonctions du type $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}; c \neq 0$

Le plan est muni d'un repère orthogonal $(O; \vec{i}; \vec{j})$. Soit a, b, c et d quatre réels, avec c non nul. La courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-\frac{d}{c}\}$ par $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ est une hyperbole de centre $I(-\frac{d}{c}; \frac{a}{c})$ et d'asymptotes les droites d'équations $x = -\frac{d}{c}$ et $y = \frac{a}{c}$.

- Exercice** Colorer en rouge la fonction $f(x) = \frac{2x-1}{4x+2}$ Colorer en vert la fonction $g(x) = \frac{2}{x+3}$
Colorer en bleu la fonction $h(x) = \frac{1}{x}$ Colorer en jaune la fonction $p(x) = \frac{1}{x} - 3$

