2ème Sciences

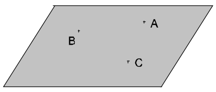
CH8 –Géométrie : Droites et plans dans l'espace Parallélisme dans l'espace

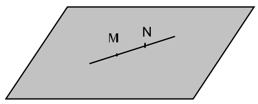
Mars 2010
A. LAATAOUI

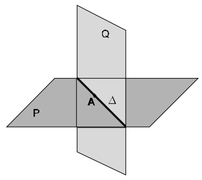
Rappels et compléments

AXIOMES ADMIS :

AXIOME 1 : (FONDAMENTAL) : Tous les résultats de la géométrie plane, sont applicables dans chaque plan de l'espace .
AXIOME 2 : Trois points non alignés déterminent un plan unique.
AXIOME 3 : Si deux points distincts appartiennent a un même plan alors la droite passant par ces deux points est contenue dans ce plan .
AXIOME 4 : Si deux plans distincts ont un point en commun alors ils sont sécants suivant une droite passant par ce point .







Détermination d'un plan de l'espace :

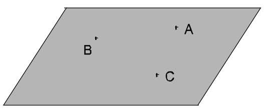
Un plan P de l'espace est déterminé par :
- trois points **non alignés** A, B et C (on le désigne par P = (ABC) .)

ou

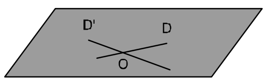
- deux droites **sécantes** D et D' .

ou

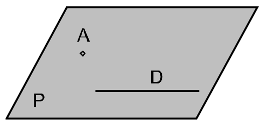
- un point A et une droite D **ne passant pas** par A .



P = (ABC)



P est déterminé par D et D' .



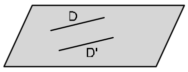
P est déterminé par A et D .

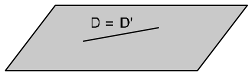
Points coplanaires – Droites coplanaires :

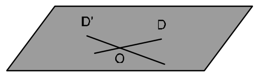
- Des points de l'espace sont dits coplanaires lorsqu'ils appartiennent à un même plan .
- Soient A, B et C trois points non alignés et D un point de l'espace . Lorsque D n'appartient pas au plan (ABC) on dit que les quatre points A, B, C et D ne sont pas coplanaires .
- Lorsque deux droites sont contenues dans un même plan, on dit qu'elles sont coplanaires .
- Si deux droites sont telles qu'il n'existe aucun plan les contenant toutes les deux, on dit qu'elles ne sont pas coplanaires .

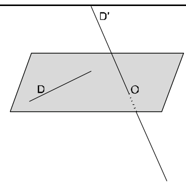
Activité 6 page 120.

Positions relatives de deux droites D et D’ de l’espace :

<table>
<tr>
<td>

D ∩ D’ = ∅ .</td>
<td>

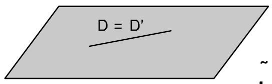
D et D’ sont confondues
D ∩ D’ = D = D’</td>
<td>

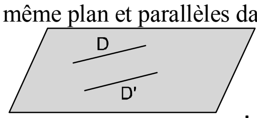
D et D’ sont sécantes en O .
D ∩ D’ = {O} .</td>
<td>

D ∩ D’ = ∅
D’ coupe le plan, déterminé par la droite D et le point O, en O .</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="3">D et D’ sont ……………………………………….</td>
<td>D et D’ ……………………………………….</td>
</tr>
</table>

Droites parallèles :

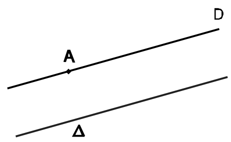
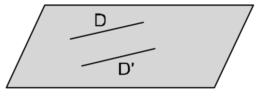
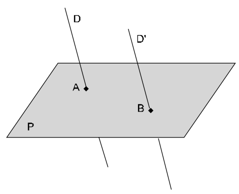
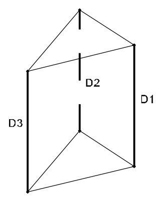
Deux droites D et D’ de l’espace sont parallèles lorsqu’elles sont incluses dans un même plan et parallèles dans ce plan . On écrit alors D // D’





D et D’ sont ……………………… ; D et D’ sont ……………………………………

Propriétés :

P1 : Par un point A extérieur à une droite △ , on peut tracer ………………………………………………………………. parallèle à △ .	
P2 : Deux droites strictement parallèles D et D’ de l’espace déterminent…………………………………………………	
P3 : Si deux droites sont parallèles tout plan P qui coupe l’une ………………………………………………….. . Si (D // D’ , P et D sont sécants) alors (P et D’………………..) .	
P4 : Dans l’espace, si deux droites D_1 et D_2 sont strictement parallèles alors toute droite D_3 parallèle à l’une est ………………………………………...	

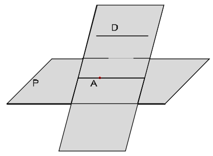
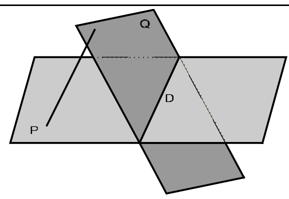
Activités 10 et 11 page 122 ; 4 page 128.

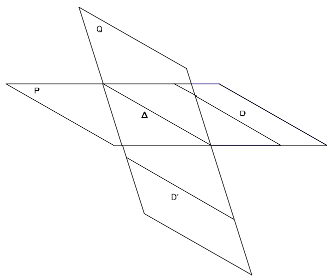
Droite et Plan parallèles

- Une droite D est parallèle à un plan P lorsqu'elle est parallèle à une droite de ce plan On note $D // P$.
- Une droite D est parallèle à un plan P, si D est contenue dans P, ($D \subset P$) ou si l'intersection de D avec P est vide, ($D \cap P = \varnothing$: D est strictement parallèle à P) .

Propriétés :

<table>
<tr><td>P1 :
Si une droite D est parallèle à un plan P alors toute droite D' parallèle à D et passant par un point A de P est ……………………..dans ce plan P .

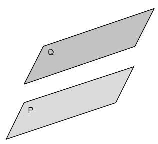
P2 :
Si une droite D est parallèle à un plan P alors tout plan contenant D et sécant à P le coupe suivant une droite ……………………………………………………………</td><td>
</td></tr>
<tr><td>P3 :
Si une droite est parallèle à la fois à deux plans sécants alors elle est parallèle à………………………………………………………………………...</td><td>
</td></tr>
<tr><td>P4 : <u>Théorème</u> (du Toit) :

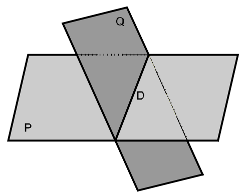
Soient P et Q deux plans de l'espace sécants suivant une droite Δ .
Si D et D' sont deux droites parallèles telles que $D \subset P$ et $D' \subset Q$ alors la droite Δ est …………………………………. à D et à D'.</td><td>
</td></tr>
</table>

Activité 10 page 130.

Positions relatives de deux plans P et Q de l'espace

<table>
<tr><td>

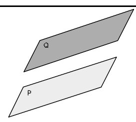
les plans P et Q sont confondus (P = Q)</td><td>

les plans P et Q sont disjoints : $P \cap Q = \varnothing$</td><td>

les plans P et Q sont sécants suivant une droite D ; $P \cap Q = D$</td></tr>
<tr><td colspan="2">P et Q non sécants</td><td>P et Q sécants</td></tr>
</table>

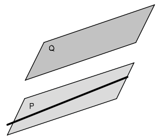
Plans parallèles :

Deux plans P et Q sont parallèles lorsqu'ils n'ont pas de point en commun ou lorsqu'ils sont confondus. On note P// Q.



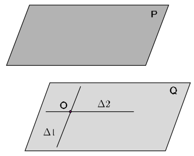
Propriétés :

P1 : Si deux plans sont parallèles alors toute droite de l'un est parallèle à l'autre .



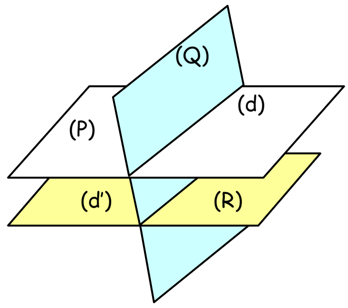
P2 : Si un plan P est parallèle à deux droites sécantes Δ_1 et Δ_2 d'un plan Q alors le plan P est parallèle au plan Q .

<u>Point méthode</u> : Pour montrer que deux plans sont parallèles il suffit de montrer que l'un deux contienne deux droites sécantes parallèles à l'autre .

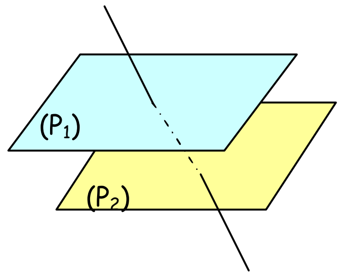


P3 : Par un point O donné passe un seul plan Q parallèle à un plan donné P .

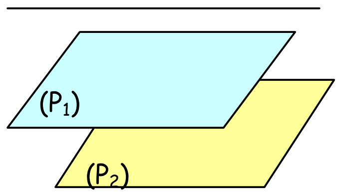
P4 : Si deux plans sont parallèles alors tout plan qui coupe l'un coupe l'autre et les droites d'intersection sont parallèles .



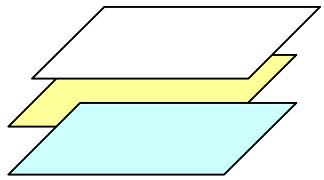
P5 : Si deux plans sont parallèles alors toute droite qui perce l'un perce l'autre .



P6 : Si deux plans sont parallèles alors toute droite parallèle à l'un est parallèle à l'autre.



P7 : Si deux plans sont parallèles alors tout plan parallèle à l'un est parallèle à l'autre.



<u>Activités 16 et 18 pages 132 et 133.</u>