Prof : Mr Jaouahdou Tharouat
L.S.Ibn Rachik . Kairouan

Classe : 2ème.sc
Novembre 2008

# Devoir de contrôle n°02

## Durée : 1 H

**Exercice n°1 :** (10 pts)

On donne un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$ du plan .

1° - Placer les points D, E, F et G tels que : $\overrightarrow{OD} = -\vec{u} - 2\vec{v}$ , $\overrightarrow{OE} = -3\vec{u}$ , $\overrightarrow{OF} = 2\vec{u} - \vec{v}$ , $\overrightarrow{OG} = 4\vec{u} - 3\vec{v}$

2° - Quelle est la nature du quadrilatère EDGF .

3° - a) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{OD}$ et $\overrightarrow{OF}$ sont orthogonaux .

b) Calculer OD et OF .

c) En déduire la nature du triangle ODF .

4° - Expliquer pourquoi le point $I\left(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right)$ est le centre d'un cercle passant par les points O ,D et F puis calculer le rayon de ce cercle .

5° - Soit K le point tel que : $\overrightarrow{OK} = \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF} + \overrightarrow{OG}$

a) Calculer les composantes du vecteur $\overrightarrow{OK}$ .

b) Montrer que les points O , I et K sont alignés.

**Exercice 3 :** (10 pts)

Partie A

On donne $A(x) = -3x^2 + 5x + 8$ .

1°- Résoudre dans R l'inéquations $A(x) \geq 0$.

2°- En déduire le signe de chacune des expressions suivantes : $A(-555)$ , $A(2{,}447)$ et $A(9999)$.

3°- Factoriser A(x) .

4°- Soit $B(x) = \dfrac{A(x)}{x^2 + (1+\sqrt{2})x + \sqrt{2}}$.

a) Pour quelles valeurs de x , B(x) est - elle définie ?

b) Simplifier B(x) .

c) Résoudre dans R l'équation $B(x) = x - \sqrt{2}$ .

Partie B

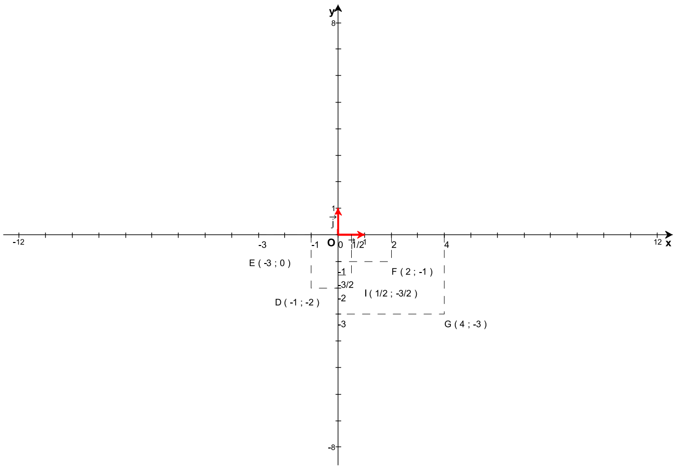
Répondre par vrai ou faux

| | |
|---|---|
| 1°/ | Soient $a \in \mathbb{R}^*$ et $b \in \mathbb{R}$<br>L'équation $(E_1)$ : $ax^2 + bx - a = 0$ admet deux racines distinctes de signes contraires |
| 2°/ | Soit $a \in \mathbb{R}_+^*$<br>L'équation $(E_2)$ : $ax^2 + 5x + \frac{6}{a} = 0$ admet deux racines distinctes et positives |

# Corrigé

**Exercice n°01 :**

1°-




2°- On a : $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}5\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DG}\begin{pmatrix}5\\-1\end{pmatrix}$ , c'est à dire $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{DG}$

alors le quadrilatère EDGF est parallélogramme.

3°- a) On a : $\overrightarrow{OD}\begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{OF}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$

$xx'+yy'=(-1).2+(-2).(-1)=0$ , alors $\overrightarrow{OD}\perp\overrightarrow{OF}$ (1)

b) $OD=OF=\sqrt{5}$ (2)

c) D'aprés (1) et (2) , le triangle ODF est isocèle et rectangle en O.

4°- Le triangle ODF étant rectangle en O et $I=D*F$ donc I est le centre du cercle circonscrit à ce triangle , tels que $R=OI=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(-\frac{3}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{10}}{2}$

5°-a) $\overrightarrow{OK}=2\vec{u}-6\vec{v}$ , donc $\overrightarrow{OK}\begin{pmatrix}2\\-6\end{pmatrix}$

b) $\text{dét}\left(\overrightarrow{OK},\overrightarrow{OI}\right)=\begin{vmatrix}2 & \frac{1}{2}\\ -6 & -\frac{3}{2}\end{vmatrix}=2.(-\frac{3}{2})-\frac{1}{2}.(-6)=0$

donc $\overrightarrow{OK}$ et $\overrightarrow{OI}$ sont colinéaires et ayant le point commun O , alors les points O, I et K sont alignés.

**Exercice n°02 :**

Partie A

1°- $A(x)=0 \Leftrightarrow -3x^2+5x+8=0$

$\Rightarrow a=-3,\ b=5$ et $c=8$ , donc $a-b+c=0$

$\Rightarrow x'=-1$ et $x''=-\dfrac{c}{a}=\dfrac{8}{3}$ ,et par suite on a :

| x | $-\infty$ | | $-1$ | | $\dfrac{8}{3}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-3x^2+5x+8$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

Enfin $S_{\mathbb{R}}=\left[-1,\ \dfrac{8}{3}\right]$

2°- D'aprés ce qui précède , on a :

- $-555 \notin \left[-1,\ \dfrac{8}{3}\right] \Rightarrow A(-555)<0$
- $2{,}447 \in \left[-1,\ \dfrac{8}{3}\right] \Rightarrow A(2{,}447)>0$
- $9999 \notin \left[-1,\ \dfrac{8}{3}\right] \Rightarrow A(9999)<0$

3°- D'aprés (1°) , $A(x)=-3(x-\dfrac{8}{3})(x+1)=(-3x+8)(x+1)$

4°-a) Soit $x^2+(1+\sqrt{2})x+\sqrt{2}=0$

$\Rightarrow a=1,\ b=1+\sqrt{2}$ et $c=\sqrt{2}$ , donc $a-b+c=0$

$\Rightarrow x'=-1$ et $x''=-\dfrac{c}{a}=-\sqrt{2}$ ,et par suite

$B(x)$ est définie pour $x\in\mathbb{R}\setminus\{-1,-\sqrt{2}\}$

b) On a $x^2+(1+\sqrt{2})x+\sqrt{2}=(x+\sqrt{2})(x+1)$

ainsi, pour tout $x\in\mathbb{R}\setminus\{-1,-\sqrt{2}\}$ :

$$B(x)=\frac{A(x)}{x^2+(1+\sqrt{2})x+\sqrt{2}}=\frac{(-3x+8)(x+1)}{(x+\sqrt{2})(x+1)}$$
$$=\frac{-3x+8}{x+\sqrt{2}}.$$

c) $\forall\ x\in\mathbb{R}\setminus\{-1,-\sqrt{2}\}$

$$B(x)=x-\sqrt{2}\Leftrightarrow\frac{-3x+8}{x+\sqrt{2}}=x-\sqrt{2}$$
$$\Leftrightarrow(-3x+8)=(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2})$$
$$\Leftrightarrow x^2+3x-10=0$$

$\Rightarrow a=1,\ b=3$ et $c=-10\Rightarrow \Delta=b^2-4ac=49$

$\Rightarrow x'=2$ et $x''=-5$ , finalement $S_{\mathbb{R}}=\{2,\ -5\}$

Partie B

1°- Vraie

En effet , $a \times c = -a^2 < 0$ donc $(E_1)$ admet deux racines distinctes x' et x'' , et comme

$x' \,.\, x'' = \frac{c}{a} = \frac{-a}{a} = -1 < 0$ alors x' et x'' sont de signes contraires.

2°- Faux

En effet , $\Delta = 1 > 0$ donc $(E_2)$ admet deux racines distinctes x' et x'' , et comme

$x' \,.\, x'' = \frac{c}{a} = \frac{6}{a^2} > 0$ alors x' et x'' sont de meme signes

De plus, $x' + x'' = -\frac{b}{a} = -\frac{5}{a} < 0$ ,car $a \in \mathbb{R}_+^*$

D'ou x' et x'' sont négatives.