Lycée secondaire
Dar Chaabane El Fehry

# Devoir de contrôle N°2
## $2^{ème}$ Sc 3

Novembre 2005
A. LAATAOUI

### Exercice N° 1 : (7 points)

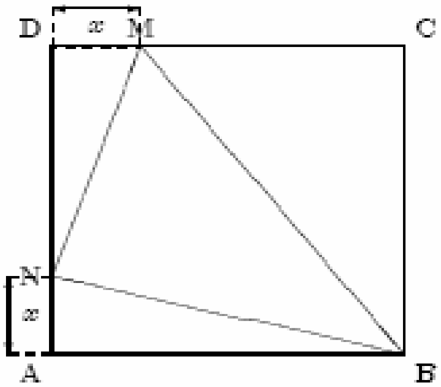
1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

a) $(3-x)(2+x)(1-x)<0$ ; b) $\dfrac{3+x}{1-x}\le 2$ ; c) $\sqrt{2-x}\le 1$.

2. On considère l'équation suivante : $\dfrac{2}{x^2-25}=\dfrac{1}{x-5}$.

a) Préciser le domaine d'existence de cette équation.
b) Résoudre cette équation.

### Exercice N° 2 : (3 points)




ABCD est un carré de côté 4. M est un point quelconque de [DC].
N est le point de [AD] tel que DM = AN = $x$
Où $x$ est un nombre réel de l'intervalle [0 ; 4].
1. Calculer l'aire des triangles DMN et ABN en fonction de $x$.
2. On note $\mathcal{A}$, l'aire du triangle BMN. Démontrer que :

$\mathcal{A}=\dfrac{x^2-4x+16}{2}$.

3. Démontrer que pour tout $x\in[0;4]$ : $\mathcal{A}=\dfrac{(x-2)^2+12}{2}$.

4. Déterminer, si elles existent, les valeurs de $x$ pour les quelles : $\mathcal{A}<8$.

### Exercice N° 3 : Q.C.M : (2 points)

| | | | |
|---|---|---|---|
| Si m désigne un réel, le barycentre de (A , 3m) et (B , 5m-2) n'existe que si | m $\neq$ 1 | m $\neq$ 0 | m $\neq \dfrac{1}{4}$ |
| Le barycentre de (A , 2) et (B , 3) est le point G tel que | $\overrightarrow{AG}=\dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ | $2\overrightarrow{GA}=3\overrightarrow{GB}$ | $5\overrightarrow{AG}=3\overrightarrow{AB}$ |
| Le barycentre de (B , 1) et (C , -2) est | Le symétrique de C par rapport à B | Le symétrique de B par rapport à C | Sur le segment [BC] |
| Le barycentre de (A , 0) et (B , 3) est le point | A | B | n'existe pas |

### Exercice N° 4 : (8 points)

Soit ABC un triangle , I et J les points définis par $\overrightarrow{AI}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AJ}=3\overrightarrow{AB}$.

On note G le symétrique de B par rapport à I.
1. Construire chacun des points I, G et J.
2. a) Montrer que $\overrightarrow{GB}=2\overrightarrow{GA}+\dfrac{4}{3}\overrightarrow{AC}$

b) En déduire que G est le barycentre de (A,2) (B, -3) et (C,4).
3. a) Vérifier que J est le barycentre des points pondérés (A, 2) et (B, - 3).
b) En déduire que les points G, C et J sont alignés.
4. Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que : $\left\|2\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}\right\|=AB$.

## Exercice N° 1 :

1. a) $(3-x)(2+x)(1-x)<0$

$S_{\mathbb{R}} = ]-\infty,-2[\cup]1,3[$.

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $3-x$ | | $+$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $2+x$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | | $+$ | |
| $1-x$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | |
| Produit | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

b) $\dfrac{3+x}{1-x}\le 2$.

Condition : $1-x\neq 0 \Leftrightarrow x\neq 1$.

Résolution :

$\dfrac{3+x}{1-x}\le 2 \Leftrightarrow \dfrac{3+x}{1-x}-2\le 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{3+x-2(1-x)}{1-x}\le 0 \Leftrightarrow \dfrac{1+3x}{1-x}\le 0$

$S_{\mathbb{R}} = \left]-\infty,-\dfrac{1}{3}\right]\cup]1,+\infty[$.

| $x$ | $-\infty$ | | $-\frac{1}{3}$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $1+3x$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $1-x$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $\dfrac{1+3x}{1-x}$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $\Vert$ | $-$ | |

c) $\sqrt{2-x}\le 1$.

Condition : $2-x\ge 0 \Leftrightarrow x\le 2 \Leftrightarrow x\in]-\infty,2]$

Résolution :

$\sqrt{2-x}\le 1 \Leftrightarrow \left(\sqrt{2-x}\right)^2\le 1^2 \Leftrightarrow 2-x\le 1 \Leftrightarrow x\ge 1 \Leftrightarrow x\in[1,+\infty[$

$S_{\mathbb{R}} = ]-\infty,2]\cup[1,+\infty[=[1,2]$.

2. $\dfrac{2}{x^2-25}=\dfrac{1}{x-5}$.

a) L'équation a un sens si et seulement si $\begin{cases} x^2-25\neq 0 \\ et \\ x-5\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2\neq 25 \\ et \\ x\neq 5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq \pm 5 \\ et \\ x\neq 5\end{cases}$

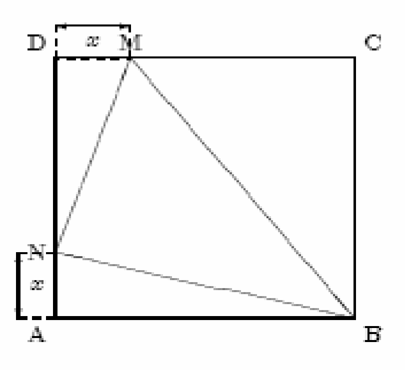
Le domaine d'existence de cette équation est $\mathbb{R}\setminus\{-5,5\}$.

b) $\dfrac{2}{x^2-25}=\dfrac{1}{x-5} \Leftrightarrow x^2-25=2(x-5) \Leftrightarrow (x-5)(x+5)=2(x-5) \Leftrightarrow (x-5)(x+5)-2(x-5)=0$

$\Leftrightarrow (x-5)(x+5-2)=0 \Leftrightarrow (x-5)(x+3)=0 \Leftrightarrow x=5$ (Valeur interdite) ou $x=-3$

$S_{\mathbb{R}}=\{-3\}$.

## Exercice N° 2 :




1. * $\mathscr{A}$ (DMN) = $\dfrac{x(4-x)}{2}$.

* $\mathscr{A}$ (ABN) = $\dfrac{4x}{2} = 2x$.

2. $\mathscr{A}$ = $\mathscr{A}$ (ABCD) – [$\mathscr{A}$ (DMN) + $\mathscr{A}$ (ABN) + $\mathscr{A}$ (CBM)]

$= 16 - \left[\dfrac{x(4-x)}{2} + 2x + \dfrac{4(4-x)}{2}\right]$

$= 16 - \left[\dfrac{(x+4)(4-x)+4x}{2}\right] = 16 - \left(\dfrac{16-x^2+4x}{2}\right) =$

$\dfrac{x^2-4x+16}{2}$.

3. $\dfrac{(x-2)^2+12}{2} = \dfrac{x^2-4x+4+12}{2} = \dfrac{x^2-4x+16}{2} = \mathscr{A}$ .

4. $\mathscr{A} < 8 \Leftrightarrow \dfrac{(x-2)^2+12}{2} < 8 \Leftrightarrow (x-2)^2+12 < 16 \Leftrightarrow (x-2)^2 < 4 \Leftrightarrow |x-2| < 2 \Leftrightarrow -2 < x-2 < 2$

$\Leftrightarrow 0 < x < 4$

Ainsi $\mathscr{A} < 8 \Leftrightarrow x \in ]0,4[$ .

## Exercice N° 3 : Q.C.M :

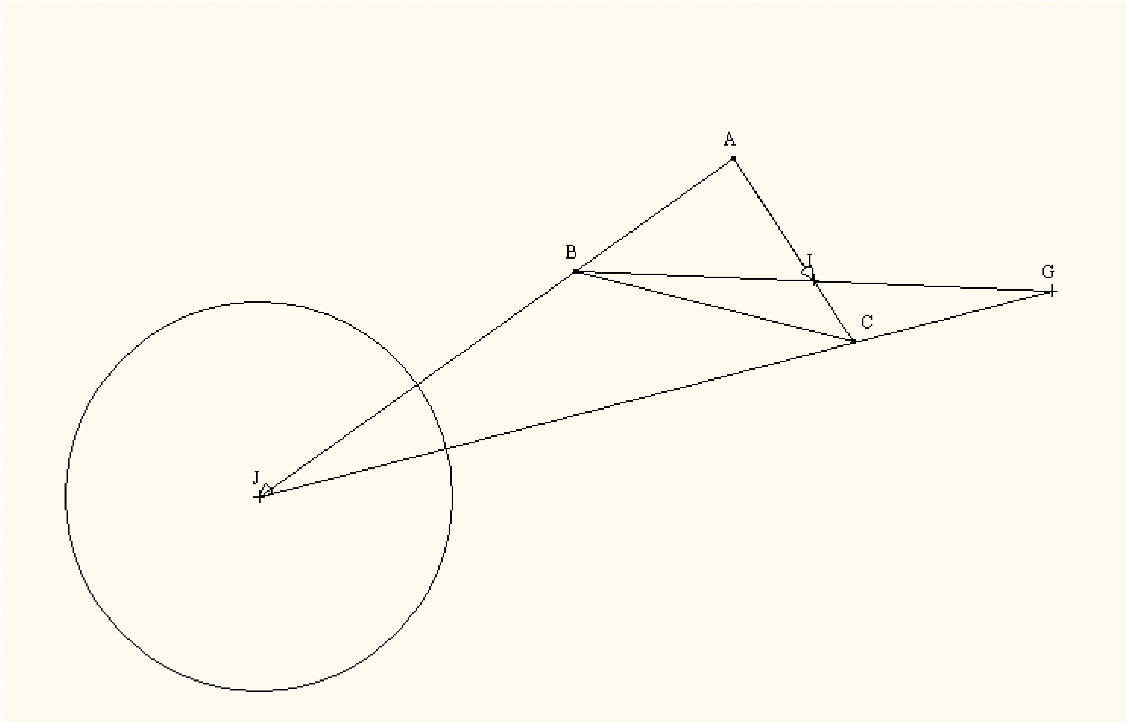
| | | | |
|---|---|---|---|
| Si m désigne un réel, le barycentre de (A , 3m) et (B , 5m-2) n'existe que si | m $\neq$ 1 | m $\neq$ 0 | m $\neq \dfrac{1}{4}$ |
| Le barycentre de (A , 2) et (B , 3) est le point G tel que | $\overrightarrow{AG} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ | $2\overrightarrow{GA} = 3\overrightarrow{GB}$ | $5\overrightarrow{AG} = 3\overrightarrow{AB}$ |
| Le barycentre de (B , 1) et (C , -2) est | Le symétrique de C par rapport à B | Le symétrique de B par rapport à C | Sur le segment [BC] |
| Le barycentre de (A , 0) et (B , 3) est le point | A | B | n'existe pas |

## Exercice N° 4 :

Soit ABC un triangle , I et J les points définis par $\overrightarrow{AI} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AJ} = 3\overrightarrow{AB}$ .

On note G le symétrique de B par rapport à I.

1.




2. a) $\overrightarrow{GB} = 2\overrightarrow{GI} \Leftrightarrow \overrightarrow{GB} = 2\left(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AI}\right) = 2\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{AI} = 2\overrightarrow{GA} + 2\times\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{GA} + \dfrac{4}{3}\overrightarrow{AC}$.

b) D'après a), on a : $3\overrightarrow{GB} = 6\overrightarrow{GA} + 4\overrightarrow{AC} = 6\overrightarrow{GA} + 4\left(\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GC}\right) = 2\overrightarrow{GA} + 4\overrightarrow{GC} \Rightarrow 2\overrightarrow{GA} - 3\overrightarrow{GB} + 4\overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

$\Rightarrow$ G est le barycentre des points pondérés (A,2) (B, -3) et (C,4).

3. a) $\overrightarrow{AJ} = 3\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AJ} = 3\left(\overrightarrow{AJ} + \overrightarrow{JB}\right) \Leftrightarrow 2\overrightarrow{JA} - 3\overrightarrow{JB} = \vec{0}$. D'où J est le barycentre des points (A, 2) et (B, -3).

b) $2\overrightarrow{GA} - 3\overrightarrow{GB} + 4\overrightarrow{GC} = \vec{0}$ et $2\overrightarrow{JA} - 3\overrightarrow{JB} = \vec{0} \Rightarrow -\overrightarrow{GJ} + 4\overrightarrow{GC} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{GJ} = 4\overrightarrow{GC} \Rightarrow$ G, C et J sont alignés.

4. $\left\|2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB}\right\| = AB \Leftrightarrow \left\|-\overrightarrow{MJ}\right\| = AB \Leftrightarrow JM = AB \Leftrightarrow M \in \zeta_{(J, AB)}$.