

Devoir de contrôle en mathématique N 3

Durée:1 heures

Exercice 1 (3pts)

Répondre par :**VRAI** ou **FAUX**(aucune justification n'est demandée):

1. Soit $n \in \mathbb{N}^*$, si n est divisible par 3 alors n est divisible par 9
2. Le produit de trois entiers naturels consécutifs est divisible par 8
3. Le reste de la division euclidienne de 123456789000 par 11 est égal à 5
4. Soit a, b et c trois entiers naturels non nuls tel que $a|b$ et $b|c$ alors $a|c$

Exercice 2 (9pts)

Soit (U_n) une suite définie sur \mathbb{N} par $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = 2U_n + 1 \end{cases}$

1. (a) Calculer U_1 , U_2 et U_3
(b) Vérifier que U n'est ni arithmétique ni géométrique
2. On considère la suite (V_n) définie sur \mathbb{N} par $V_n = U_n + 1$
(a) Calculer V_0 , V_1 et V_2
(b) Montrer que la suite $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est géométrique
(c) Exprimer (V_n) puis (U_n) en fonction de n
3. On considère les sommes suivants:
 $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$
 $S'_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$
(a) Exprimer S_n en fonction de n
(b) Montrer que $S'_n = S_n - (n + 1)$
(c) Déduire l'expression S'_n en fonction de n

Exercice 3 (8pts)

Soit ABC un triangle et O un point de $[AB]$ distinct de A et de B.

La parallèle à (OC) menée de B coupe (AC) en E, la parallèle à (BC) menée de E coupe (AB) en F et la parallèle à (BE) menée de F coupe (AC) en G .

Soit l'homothétie de centre A telle que $h(O)=B$.

1. (a) Déterminer $h((OC))$. En déduire que $h(C)=E$
(b) Déterminer $h((BC))$. En déduire l'image de B par h.
(c) Déterminer $h((BE))$. En déduire l'image de E par h.
2. (a) Montrer que (OE) et (BG) sont parallèles .
(b) Les droites (BC) et (OE) se coupent en I et les droites (BG) et (EF) se coupent en J .
Monter que les points A, I et J sont alignés .