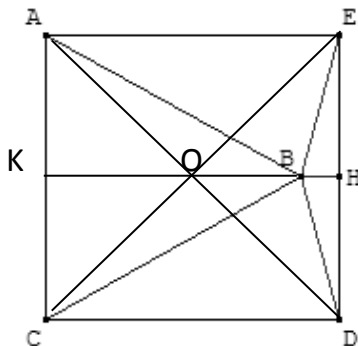


**Exercice n°1 (6 points)**

- Démontrer que pour tout nombre réel α : $(\cos \alpha)^4 - (\sin \alpha)^4 = 2(\cos \alpha)^2 - 1$.
- Sachant que: $\cos \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$, calculer la valeur exacte de $\sin \frac{\pi}{8}$ puis celle de $\tan \frac{\pi}{8}$.
- En utilisant les formules usuelles et les valeurs remarquables des sinus et cosinus, déterminer les valeurs exactes des réels suivants : $\sin \left(-\frac{\pi}{6}\right)$ et $\cos \left(\frac{5\pi}{6}\right)$.

Exercice n°2 (6 points)

ACDE est un carré de côté $x = 2$ unités et ABC est un triangle équilatéral. Soit O l'intersection des diagonales [AD] et [CE] et r la rotation directe de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$

- Recopier (sur vos copies) les phrases suivantes puis les compléter

$$r(A)=\dots \quad r(C)=\dots \quad r(D)=\dots \quad r([OA])=\dots \quad r((CD))=\dots$$

- Montrer que ABE est un triangle isocèle et calculer ses angles.
- En déduire que $\widehat{BED} = \frac{\pi}{12}$
- Calculer BH et en déduire le calcul exact de $\cos \frac{\pi}{12}$.

Exercice n°3 (8 points)

On considère les deux suites U et V définies sur IN par: $U_n = \frac{2^n + 3n - 1}{2}$ et $V_n = \frac{2^n - 3n + 1}{2}$

- Calculer : U_0 ; U_1 et U_2
- Calculer : V_0 ; V_1 et V_2
- Soit la suite (A_n) $n \in \mathbb{N}$ définie par : $A_n = U_n - V_n$
 - Montrer que (A_n) est une suite arithmétique.
 - Calculer la somme $S = A_0 + A_1 + A_2 + \dots + A_{10}$
- Soit la suite (B_n) $n \in \mathbb{N}$ définie par : $B_n = U_n + V_n$
 - Montrer que (B_n) est une suite géométrique.
 - Calculer la somme $S' = B_0 + B_1 + B_2 + \dots + B_{10}$

