

## Devoir de Synthèse n°1

### Exercice 1 : (8 pts)

On donne un repère orthonormé  $(O, \bar{u}, \bar{v})$  du plan .

1° - Placer les points D, E, F et G tels que :  $\overline{OD} = -\bar{u} - 2\bar{v}$  ,  $\overline{OE} = -3\bar{u}$  ,  $\overline{OF} = 2\bar{u} - \bar{v}$  ,  $\overline{OG} = 4\bar{u} - 3\bar{v}$

2° - Quelle est la nature du quadrilatère EDGF .

3° - a) Calculer OD et OF .

b) Montrer que les vecteurs  $\overline{OD}$  et  $\overline{OF}$  sont orthogonaux .

c) En déduire la nature du triangle ODF .

4° - Expliquer pourquoi le point  $I\left(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right)$  est le centre d'un cercle passant par les points O, D et F  
puis calculer le rayon de ce cercle .

5° - Soit K le point tel que :  $\overline{OK} = \overline{OD} + \overline{OE} + \overline{OF} + \overline{OG}$

a) Calculer les composantes du vecteur  $\overline{OK}$  .

b) Montrer que les points O, I et K sont alignés.

6° - Soit le point L tel que :  $\overline{OL} = 3\bar{u} + \bar{v}$  .

Démontrer que la droite (OL) est tangente en O au cercle de centre I et de rayon

### Exercice 2 : (2 pts)

Soit  $(O, \bar{i}, \bar{j})$  un repère cartésien du plan et les vecteurs :  $\bar{u} = (x+1)\bar{i} + 3\bar{j}$  et  $\bar{v} = -\bar{i} + x\bar{j}$  ,  $x \in \mathbb{R}$

Pour quelles valeurs de x :

a) Les vecteurs  $\bar{u}$  et  $\bar{v}$  sont-ils Colinéaires ?

b) Les vecteurs  $\bar{u}$  et  $\bar{v}$  sont-ils Orthogonaux ?

c) Le vecteur  $\bar{v}$  est-il normé ?

### Exercice 3 : (8 pts)

On donne  $A(x) = -3x^2 + 5x + 8$  .

1° - Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $A(x) \geq 0$ .

2° - Donner le signe de chacune des expressions suivantes :  $A(-555)$  ,  $A(2,447)$  et  $A(9999)$ .

3° - Factoriser  $A(x)$  .

4° - Soit  $B(x) = \frac{A(x)}{x^2 + (1 + \sqrt{2})x + \sqrt{2}}$  .

a) Pour quelles valeurs de x , B(x) est - elle définie ?

b) Simplifier B(x) .

c) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $B(x) = x - \sqrt{2}$  .

### Exercice 4 : (2 pts)

On considère l'équation  $(E_m)$  :  $(m^2 + 1)x^2 - 2mx - 2 = 0$  ,  $m \in \mathbb{R}$ .

1° - Compléter :  $(E_m)$  admet deux racines distinctes  $x'$  et  $x''$  car : .....

2° - a) Déterminer m pour que l'une des racines soit égale à (-1).

b) Calculer alors l'autre racine.