

Lycée Tahar Sfar Mahdia	<b>Devoir de Synthèse n° 1</b> Mathématiques	Niveau : 2 <sup>ème</sup> Sc et Info
Date : 08 / 12 / 2009	Profs : Dermech, Smida, et Meddeb	Durée : 2 heure

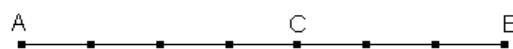
**NB** : il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction et à la présentation.

Exercice n°1 : (3 pts)

Pour chaque question, une seule réponse est correcte. On indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte rapporte 0,75 point, une réponse fausse enlève 0,25 point, et l'absence de réponse est comptée 0 point. Si le total est négatif, la note sera ramenée à zéro.

1) On donne la figure suivante :



Le point C est le barycentre des points pondérés :

- a/  $(A, 4), (B, 3)$       b/  $(A, 3), (B, 4)$       c/  $(A, -3), (B, 4)$

2) L'ensemble des solutions de l'équation :  $12x^2 + 11x - 5 = 0$  est :

- a/  $S_{IR} = \left\{ \frac{1}{3}, \frac{5}{4} \right\}$       b/  $S_{IR} = \left\{ \frac{-1}{3}, \frac{5}{4} \right\}$       c/  $S_{IR} = \left\{ \frac{1}{3}, \frac{-5}{4} \right\}$ .

3) Soit b un réel, l'équation :  $2x^2 + bx + 3 = 0$  admet toujours :

- a/ Deux solutions      b/ Zéro solution      c/ Je ne sais pas.

4) Lorsque x est dans l'intervalle  $[\sqrt{2}, \sqrt{3}]$ , le trinôme  $-x^2 + 3x - 2$  est :

- a/ Toujours positif      b/ Toujours négatif      c/ Je ne sais pas.

Exercice n°2 : (7 pts)

On considère les polynômes A et P définis par :  $A(x) = 4x^4 - 13x^2 + 9$ .

$$P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 5x - 6.$$

- a/ Factoriser le trinôme :  $4x^2 - 13x + 9$ .  
b/ En déduire la factorisation de A(x) en produit de quatre facteurs.
- a/ Vérifier que (-1) est une racine de P.  
b/ En déduire que :  $P(x) = (x + 1)R(x)$  où R est un polynôme que l'on déterminera.
- Soit F la fonction rationnelle définie par :  $F(x) = \frac{A(x)}{P(x)}$ .  
a/ Déterminer le domaine de définition de F, puis simplifier F(x).  
b/ Résoudre dans IR :  $F(x) \geq 0$ . puis  $\sqrt{F(x)} = 2\sqrt{x-1}$ .

Exercice n°3 : (4 pts)

Soit  $ABC$  un triangle et  $I$  le milieu de  $[BC]$ .  $\Delta$  est parallèle à  $(AI)$  passant par  $B$ .

Soit  $t$  la translation de vecteur  $\overrightarrow{AB}$ .

- 1) Déterminer l'image de la droite  $(AI)$  par  $t$ .
- 2) La parallèle à  $(AB)$  passant par  $C$  coupe  $(AI)$  en  $L$  et la droite  $\Delta$  en  $K$ .
  - a/ Montrer que :  $t(C) = L$ .
  - b/ Déterminer en justifiant l'image de  $L$  par  $t$ .
- 3) Le cercle  $\mathcal{C}$  de diamètre  $[AC]$  recoupe  $(AB)$  en  $M$  et Le cercle  $\mathcal{C}'$  de diamètre  $[BL]$  recoupe  $(AB)$  en  $N$ .  
Montrer que  $t(M) = N$ .

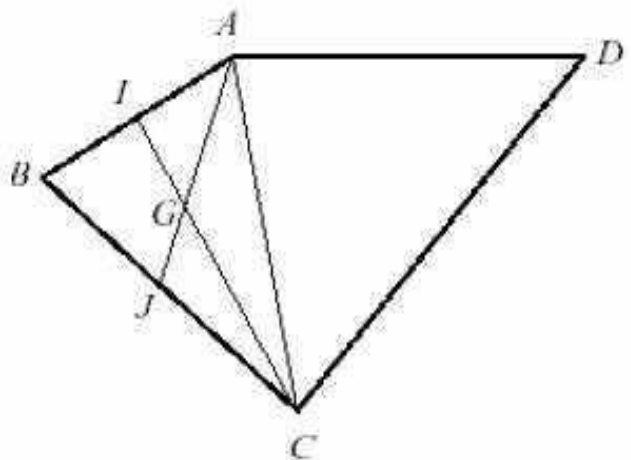
Exercice n°4 : (6 pts)

Soit  $ABCD$  un quadrilatère,  $G$  est le centre de gravité du triangle  $ABC$ ,  $I$  et  $J$  sont les milieux respectifs des segments  $[AB]$  et  $[BC]$ .

- 1) Soit  $L$  le barycentre des points pondérés  $(A, 1)$ ,  $(D, 3)$ , et  $K$  le barycentre des points pondérés  $(C, 1)$ ,  $(D, 3)$ .

Construire  $L$  et  $K$ .

- 2) Soit  $H$  le point défini par :  $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} + 3\overrightarrow{HD} = \vec{0}$ .
  - a/ Montrer que  $H$  est le barycentre des points pondérés  $(I, 1)$ ,  $(K, 2)$ .
  - b/ Montrer que les points  $J$ ,  $H$  et  $L$  sont alignés.
  - c/ Construire alors le point  $H$ . Justifier.
- 3) Montrer que les droites  $(IK)$ ,  $(JL)$  et  $(GD)$  sont concourantes.
- 4) Déterminer et construire l'ensemble  $\mathcal{C}$  des points  $M$  du plan vérifiant :  
 $\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}\|$ .



Bonne chance