

# Devoir de synthèse 1

Classe : 2<sup>ème</sup> sc1

durée : 2h

A-S : 2009-2010

## Exercice 1 (3points)

Répondre par vrai ou faux sans justification

Soit le trinôme de second degré  $f(x) = ax^2 + bx + c$   $a, b$  et  $c$  étant trois réels  $a \neq 0$

- Si  $c=0$  alors l'équation  $f(x) = 0$  admet 0 pour solution.
- Si  $a$  et  $c$  sont de même signe alors l'équation  $f(x) = 0$  n'admet pas de racines.
- Si  $a < 0$  et  $\Delta < 0$  alors l'inéquation  $f(x) \geq 0$  admet des solutions.
- Si  $\vec{AG} = -\frac{2}{3}\vec{AB}$  alors  $G$  est le barycentre des points pondérés  $(A, -5)$  et  $(B, 2)$ .
- Si un polynôme  $p(x)$  est de degré 3, alors  $(p(x))^3 + (p(x))^4$  est de degré 7
- Si  $a$  est un zéro de deux polynômes  $P$  et  $Q$  alors  $P(x) - q(x)$  est factorisable par  $(x-a)$ .

## Exercice 2 (8points)

Soit  $ABC$  un triangle isocèle tel que  $AB = AC = 4$  et  $BC = 3$

- Construire le point  $E$  barycentre des points pondérés  $(A, 1)$  et  $(B, -4)$
- Soit  $F$  le point défini par  $\vec{BF} = 3\vec{BC}$  ; exprimer  $F$  comme barycentre des points  $B$  et  $C$
- Soit  $G$  le barycentre des points pondérés  $(A, 1) ; (B, -4)$  et  $(C, 6)$ .  
Montrer que les points  $G, E$  et  $C$  sont alignés.
- Montrer que  $G$  appartient à la droite  $(AF)$ . Construire le point  $G$ .
- a/ Déterminer et construire l'ensemble  $\Delta$  des points  $M$  du plan vérifiant :

$$\|\vec{MA} - 4\vec{MB} + 6\vec{MC}\| = \|\vec{MA} - 4\vec{MB}\|$$

b/ Déterminer et construire l'ensemble  $\mathcal{C}$  des points  $M$  du plan vérifiant :

$$\|\vec{MA} - 4\vec{MB} + 6\vec{MC}\| = \|\vec{AB} - \vec{AC}\|$$

- a- Construire les points  $E', C', G'$  image respectivement de  $E, C, G$  par  $T_{\vec{AC}}$  .

Que peut-on dire de point  $G'$  ?

b- Montrer que les points  $E', C', G'$  sont alignés

c- Construire  $\Delta' = T_{\vec{AC}}(\Delta)$  ; montrer que  $\Delta' \perp (E'G')$  .

### Exercice 3 (4points)

Soit le polynôme  $P$  suivant :  $P(x) = -4x^4 - 8x^3 + 28x^2 + 32x - 48$

- 1) Vérifier que 2 est (- 2) sont deux zéros de  $P$
- 2) Trouver trois réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  tels que  $P(x) = (x^2 - 4)(ax^2 + bx + c)$
- 3) Résoudre dans  $\mathbb{R}$   $P(x) = 0$  et  $P(x) \leq 0$

### Exercice 4 (5points)

Soit les expressions suivantes :  $A(x) = -4x^2 - 8x + 12$  et  $B(x) = -x^2 + x + 12$

- 1) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations  $A(x) = 0$  et  $B(x) = 0$
- 2) Factoriser  $A(x)$  et  $B(x)$
- 3) Donner le signe de  $A(x)$  et  $B(x)$
- 4) En déduire sur quel ensemble les expressions suivantes est défini :

$$f(x) = \frac{A(x)}{B(x)} ; \quad g(x) = \sqrt{B(x)} \quad ; \quad h(x) = \sqrt{\frac{A(x)}{B(x)}}$$

# Bonne chance