Le sujet comporte trois pages numérotées de 1/3 à 3/3. La page 3/3 est à rendre avec la copie.

Exercice 1 (3 points)

Pour chaque énoncé, on propose trois réponses a , b et c. Une seule est correcte. Laquelle ?

Aucune justification demandée.

Une réponse correcte vaut 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse vaut 0 point.

1) Le produit $\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\times \dots \dots .\times\left(1-\frac{1}{2009}\right)\times\left(1-\frac{1}{2010}\right)$ vaut :

a) $\frac{1}{2009}$ b) $\frac{1}{2010}$ c) $\frac{2009}{2010}$

2) Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ forment une base de l'ensemble des vecteurs du plan lorsque

a) $\vec{u}=\vec{v}$ b) $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires c) $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires

3) Soit $\vec{e}\binom{3}{-4}$ et $\vec{f}\binom{8}{6}$ dans une base orthonormée $(\vec{\imath},\vec{\jmath})$. Alors

a) $\vec{e}\perp\vec{f}$ b) $\|\vec{e}\|=\|\vec{f}\|$ c) $\vec{f}=2\vec{e}$

Exercice 2 (4 points)

Le tableau ci-dessous est celui de $P(x)=ax^2+bx+c$ où a, b et c trois réels tels que $a\neq 0$.

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
Signe de $P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

1)a) Déterminer le signe de a .

b) Déterminer le signe de $P(-5)$, $P(-\sqrt{2})$ et $P(\sqrt{2})$.

c) Résoudre l'inéquation $P(x)<0$.

2)a) Montrer que $b=2a$ et $c=-3a$.

b) En déduire les réels a, b et c , sachant que $P(2)=5$.

Exercice 3 (6 points)

Dans l'annexe ci-jointe (Figure 1 page 3), $ABCD$ est un rectangle tel que $AB = 3$ et $AD = 2$,

I est le milieu du côté $[AD]$ et M est un point du côté $[AB]$.

On pose $x = AM$ et $F(x) = IM^2 + MC^2$.

1)a) En utilisant le théorème de Pythagore,

Vérifier que $IC^2 = 10$, $IM^2 = 1 + x^2$ et $MC^2 = (3-x)^2 + 2^2$.

b) En déduire que $F(x) = 2x^2 - 6x + 14$.

c) Déterminer x pour que le triangle IMC soit rectangle en M.

2)a) Résoudre l'inéquation $F(x) \geq \frac{19}{2}$.

b) Calculer $F\left(\frac{3}{2}\right)$

c) En déduire la position du point M pour la quelle $F(x)$ est minimale.

Exercice 4 (7 points)

Dans l'annexe ci-jointe (Figure 2 page 3), ABC est un triangle et M un point du côté $[BC]$.

1)a) En utilisant la figure, vérifier que M est le barycentre des points $(B, 2)$ et $(C, 1)$.

b) Construire le point G barycentre des points $(A, 1)$ et $(M, 3)$.

c) Montrer que $\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

2) Soit P le point défini par $\overrightarrow{AP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$.

a) Vérifier que $\overrightarrow{PA} + 2\overrightarrow{PB} = \vec{0}$.

b) Montrer alors que les points C , G et P sont alignés.

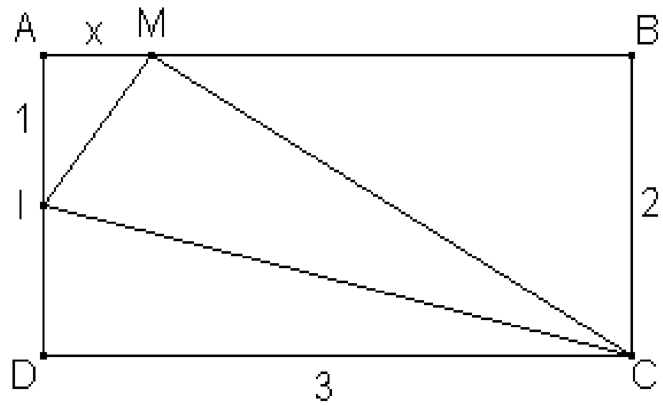
c) Déduire une méthode de Construction du point P et le placer sur la figure .

3) Soit I le milieu du $[AC]$.

Montrer que les droites (AM) , (CP) et (BI) sont concourantes.

Exercice 3

Figure 1



Exercice 4

Figure 2