

DEVOIR DE SYNTHÈSE N°1EXERCICE N°1 : 3,5 POINTS

Pour chacune des propositions suivantes répondre par vrai ou faux en justifiant la réponse.

1) Dans une base orthonormée  $(\vec{i}, \vec{j})$  du plan on donne  $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$  et  $\vec{v} = x'\vec{i} + y'\vec{j}$  ou  $x, y, x'$  et  $y'$  sont des réels. Si  $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\|$  alors  $\vec{u} + \vec{v}$  est orthogonal à  $\vec{u} - \vec{v}$ .

2) Si P et Q sont deux polynômes de même degré n alors P+Q est un polynôme de degré n.

3) Soit le polynôme P défini par  $p(x) = x^4 + 4$

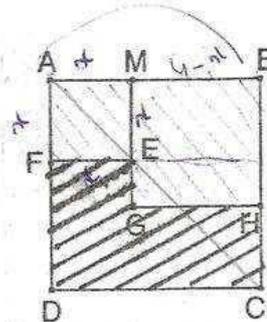
a) P n'admet pas de racines dans IR.

b) P est factorisable par  $(x^2 - 2x + 2)$ .

EXERCICE N°2 : 3 POINTS

Dans la figure ci-contre ABCD est un carré de côté 4.

M un point de [AB] distinct de A et B. AMEF et BMGH sont des carrés, on pose  $AM = x$ . On désigne par  $a(x)$  la somme des aires de AMEF et BMGH et  $\mathcal{A}$  l'aire de ABC.



1) Montrer que  $a(x) = 2x^2 - 8x + 16$ .

2) Trouver x pour que  $a(x) = \frac{3}{2} \mathcal{A}$ .

3) Pour quelle valeur de x l'aire de la partie hachurée est maximale.

EXERCICE N°3 : 4,5 POINTS

Soit le polynôme P défini par  $p(x) = -x^4 - 7x^3 - 12x^2 + 4x + 16$ .

1) Vérifier que 1 et (-2) sont deux racines de p.

2) Factoriser alors p(x).

3) Résoudre dans IR l'équation  $p(x) = 0$ .

4) a) Résoudre dans IR l'inéquation  $p(x) < 0$

b) En déduire que pour tout entier naturel n non nul on a :  $\frac{n^2 + 7n + 12}{4} \geq \frac{n+4}{2}$