Lycée secondaire Smar.
Prof: ELKADRI Samir — 08 Décembre 2011
2^{eme}SC — Durée: 2 h

DEVOIR DE SYNTHESE n° 1

Exercice 1.

Soit les polynômes P et Q définies par $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 5x + 6$ et $Q(x) = x^4 - x^2 + 3x - 3$.

(1) **a:** Vérifier que 1 est une racine du polynôme P.
b: Factoriser $P(x)$.
c: Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $P(x) > 0$.

(2) **a:** Vérifier que $Q(x)$ est factorisable par $(x-1)$
b: Factoriser $Q(x)$

(3) On pose $f(x) = P(x) + Q(x)$.
a: Vérifier que $f(x) = (x-1)(x^3 + 3x^2 - x - 3)$.
b: Montrer que -1 est une racine du polynôme f.
c: Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$

(4) Soit $g(x) = \frac{f(x)}{P(x)}$.
a: Déterminer l'ensemble de définition g.
b: Simplifier $g(x)$
c: Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $g(x) \geq 0$.

Exercice 2.

Soit ABC un triangle rectangle en A et soit $O' = A * C$.

(1) Construire le point I barycentre des points pondérés $(A, 3)$ *et* $(B, -2)$

(2) Soit G le point définie par $-\overrightarrow{GB} - 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{0}$.
a: Montrer que G est le barycentre des points pondérés $(A, 2)$ *et* $(B, -2)$ *et* $(C, -1)$
b: Montrer que G est le barycentre des points pondérés $(I, 1)$ *et* $(O', -2)$.
c: Déduire que $AICG$ est un parallèlogramme.

(3) Déterminer l'ensmeble des points:
$\Delta = \{M \in \mathrm{P}\ telque\ ||3\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}|| = ||\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{AB}||\}$.

(4) Soit $O = A * I$ et soit l'application:
$\mathbf{f} : \mathbf{P} \to \mathbf{P}$; $\quad \mathbf{M} \mapsto \mathbf{M'}$ tel que $\overrightarrow{\mathbf{M'M}} = -3\overrightarrow{\mathbf{MA}} + 2\overrightarrow{\mathbf{MB}} + \overrightarrow{\mathbf{MO}}$
a: Montrer que l'application f est la translation de vecteur $\overrightarrow{OI}$.
b: Déterminer $t_{\overrightarrow{OI}}((AC))$ et $t_{\overrightarrow{OI}}((OO'))$.

(5) **a:** Construire $J = t_{\overrightarrow{OI}}(C)$.
b: Montrer que le point C est le barycentre des points pondérés $(G, 1)$ *et* $(J, 2)$.

(6) Déterminer l'ensemble des points M du plan qui vérifient :
$|| - 3\overrightarrow{GM} + 3\overrightarrow{GB}|| = ||\overrightarrow{BG} + 2\overrightarrow{BJ}||$.

(7) Soit $\mathcal{C}$ le cercle de centre B et passant par C.
a: Déterminer et construire $\mathcal{C}'$ l'image du cercle $\mathcal{C}$ par la translation $t_{\overrightarrow{OI}}$
b: (AC) recoupe $\mathcal{C}$ en un point K et Δ recoupe $\mathcal{C}'$ en K'. Montrer que $K' = t_{\overrightarrow{OI}}(K)$; en déduire que $KJ = K'C$.

Voir verso

Exercice 3. Cocher la réponse exacte.

(1) $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ est un repère du plan. Soit $A(0,4)$ et $B(1,3)$ deux points du plan. B est l'image de A par la tranlation de vecteur:

(a) $\overrightarrow{i}$ (b) $\overrightarrow{j}$ (c) $\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j}$.

(2) L'ensemble des solutions de l'inéquation $\frac{x^2}{|x|+1} \leq 0$ est:

(a) $\emptyset$ (b) $\{0\}$ (c) $]-\infty, 0]$.

(3) Soit P et Q deux polynômes telsque $d^\circ P = 2$ et $d^\circ Q = 3$ alors:

(a) $d^\circ(P+Q) = 5$ (b) $d^\circ(P.Q) = 5$ (c) $d^\circ(Q-P) = 1$.

Bon Travail