Lycée Tahar Sfar Mahdia	**Devoir de Synthèse n° 1** Mathématiques	Niveau : $2^{ème}$ Sc $_{2,3 \text{ et } 5}$
Date : 06 / 12 / 2011	Profs :Mrs Zaouali et Meddeb	Durée : 2 heure

NB : il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction et à la présentation.

Exercice n°1 : (3 pts)

Pour chaque question, une seule réponse est correcte. On indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse fausse enlève 0,5 point, et l'absence de réponse est comptée 0 point. Si le total est négatif, la note sera ramenée à zéro.

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points $A(-4\,;\,1)$, $B(5\,;-2)$ et $C(3\,;\,7)$.

1) Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont :

   $a/$ Colinéaires

   $b/$ Orthogonaux

   $c/$ Ni colinéaires ni orthogonaux.

2) Le triangle ABC est :

   $a/$ Rectangle et isocèle.

   $b/$ Isocèle non rectangle.

   $c/$ Equilatéral.

3) Soit G le barycentre des points pondérés $(A, 1), (B, 2)$.

   Le point G a pour coordonnées :

   $a/\ (-1, 0)$ $\qquad$ $b/\ (2, -1)$ $\qquad$ $c/\ (3, -1)$.

Exercice n°2 : (5 pts)

On considère les polynômes : $A(x) = 4x^2 - 13x + 9$ et

$$P(x) = 4x^3 - 4x^2 - 9x + 9.$$

1) Factoriser $A(x)$.

2) $a/$ Vérifier que, pour tout $x \in IR$, on a : $P(x) = 4x(x-1)^2 + A(x)$.

   $b/$ Factoriser alors $P(x)$.

3) On pose $F(x) = \sqrt{P(x)}$.

   $a/$ Déterminer le domaine de définition de F.

   $b/$ Résoudre dans IR l'équation : $F(x) = 2x - 3$.

Exercice n°3 : *(5 pts)*

Soit $ABCD$ un rectangle tel que $AB = 6$ et $BC = 2$. M est un point de $[BC]$ et N est le point de $[CD]$ tel que $CN = 3BM$.

On pose $BM = x$, et on désigne par $S(x)$ l'aire du triangle AMN et par $\mathcal{A}$ l'aire du rectangle $ABCD$.

1) $a/$ Calculer $S(0)$ et $S(2)$.

   $b/$ Déterminer le domaine de définition $\mathcal{D}$ de S.

   $c/$ Exprimer, en fonction de x, l'aire de chacun des triangles ABM, CMN et ADN.

   $d/$ Montrer que, pour tout $x \in \mathcal{D}$, $S(x) = \frac{3}{2}x^2 - 3x + 6$.

2) $a/$ Déterminer x pour que l'on ait : $S(x) = \frac{1}{2}\mathcal{A}$.

   $b/$ Existe-t-il une valeur de x telle que : $S(x) = \frac{1}{3}\mathcal{A}$?

3) $a/$ Montrer que, pour tout $x \in \mathcal{D}$, on a : $S(x) - \frac{9}{2} = \frac{3}{2}(x-1)^2$.

   $b/$ En déduire la valeur minimale de $S(x)$ et la valeur de x pour laquelle $S(x)$ est minimale.

Exercice n°4 : *(7 pts)*

Soit ABC un triangle.

1) Construire le point I barycentre des points pondérés $(A, 2), (B, 3)$.
2) Soit G le barycentre des points pondérés $(A, 2), (B, 3)$ et $(C, 5)$.
   Montrer que G est le milieu de $[IC]$.
3) La droite (BG) coupe (AC) en J.
   Montrer que J est le barycentre des points pondérés $(A, 2)$ et $(C, 5)$.
4) On désigne par H et K les milieux respectifs des cotés $[AC]$ et $[BC]$.
   Montrer que les droites $(CI), (BJ)$ et (HK) sont concourantes.
5) $a/$ Déterminer l'ensemble Δ des points M du plan tels que :

$$\|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 5\overrightarrow{MC}\| = 5\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}\|.$$

   $b/$ Montrer que l'ensemble $\mathcal{C}$ des points M du plan tels que

$$\|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}\| = 2\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\|$$

   est le cercle de centre I et de rayon IB.

Bonne chance