DEVOIR DE SYNTHESE NI (MATHEMATIQUES)

2ème SC1 (2h)

EXERCICE I (4points) VRAI ou FAUX ? (en justifiant)

1) P est polynome tel que pour tout réel x, P(- x) = P(x) . Si α est une racine de P , alors $-\alpha$ est aussi racine de P .
2) n est un entier naturel supérieur ou égal à 2 , $(x+1)^{2n} - x^{2n} - 2x - 1$ se factorise par x (x+ 1) (2 x + 1)
3) Deux polynomes qui ont éxactement les memes racines sont égaux
4) L ‘ equation $x^3 + x - 2 = 0$ admet trois solutions réelles

EXERCICE II (3points) trouver la bonne réponse en justifiant

$$x^2 = \left(\sqrt{3}-2\right)x - \frac{\sqrt{3}}{4}$$

- n'a aucune solution
- a une unique solution
- a deux solut□ons distinct

(2)

$$\frac{-x^2+x-1}{2x^2-x} \geqslant 0$$

- $S =]-\infty\,;\,0[\cup \left]\frac{1}{2}\,;\,\infty\right[$
- $S = \left]0\,;\,\frac{1}{2}\right[$
- $S = \varnothing$

EXERCICE III (5 points)

On donne un rectangle ABCD du plan dont les cotés AB = a et BC = b. Pour m réel non nul , on note G_m le barycentre du systeme de points pondérés { (A , m) ; (B , - 1) ; (C, 1) }

1) P lacer les points G_1 , G_2 et G_{-2}
2) –a- Montrer que les points G_m appartiennent à la droite (AD)

   -b- Lorsque m décrit IR , l' ensemble des points G_m est – il la droite (AD) ?

3) – a- Quel est l' ensemble (E) des points M du plan tels que :
II $\overrightarrow{MA}$ - $\overrightarrow{MB}$ + $\overrightarrow{MC}$ II = $\sqrt{a^2+b^2}$

-b- Construire (E)

4) Est-ce que l' aire du triangle G_mBC $dépend\ de\ m$?

EXERCICE IV (4 points)

Soit P le polynôme défini sur ℝ par :

P(x) = $x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 14x + 24$

On cherche à factoriser P .

1. Calculer P(− 3) .
2. Déterminer les réels a , b , c et d tels que pour tout réel x : P(x) = (x + 3) ($ax^3 + bx^2 + cx + d$)
3. Soit Q le polynôme défini sur ℝ par : Q(x) = $x^3 - 5x^2 + 2x + 8$. Calculer Q(4) .
4. En déduire une factorisation du polynôme Q .
5. En déduire finalement le forme la plus factorisée possible du polynôme P .

EXERCICEIV (4 points)

Soit ABC un triangle isocèle en A tel que BC = 3 et AC = 2.

Soit (C) et (C') deux cercles isométriques de rayon r = 2 et de centres respectifs C et B les cercles (C) et (C') sonts sécants en A et D

1) Soit l' application f de P dans P qui au point M associe le point M' tel que : $\overrightarrow{AM'}$ = $\overrightarrow{AM}$ - $\overrightarrow{BM}$ + $\overrightarrow{CM}$. Montrer que f est une translation de vecteur $\overrightarrow{CB}$
2) Construire les points E et F définie par E = $t_{\overrightarrow{CB}}$ (A) et D = $t_{\overrightarrow{CB}}$ (F)

3) Vérifier que (C') = $t_{\overrightarrow{CB}}$(C) et que E $\in$ (C')

4) La droite parallèle à (AD) passant par E recoupe le cercle (C') en K.

a-)Déterminer $t_{\overrightarrow{CB}}$ (AD)

b-)Montrer que $t_{\overrightarrow{CB}}$ (D) = K

c -) Endéduire que D est le mil**ieu** de **[KF]**