

Lycée Tahar Sfar Mahdia	Devoir de synthèse n° 1 Mathématiques	Niveau : 2 ^{ème} Sc1
Date : 08 / 12 / 2015	Prof : MEDDEB Tarek	Durée : 2 heures

NB : il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction et à la présentation.

Exercice n°1 : (8 pts)

- 1) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation: $2x^2 - 11x + 5 = 0$.
- 2) On considère les polynômes: $P(x) = 2x^3 - 9x^2 - 6x + 5$ et $Q(x) = x^3 - 3x^2 - 9x - 5$.
 - a/ Vérifier que (-1) est une racine de P .
 - b/ Déterminer le polynôme R tel que : $P(x) = (x+1)R(x)$.
 - c/ Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation: $P(x) \leq 0$.
- 3) a/ Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a : $P(x) + Q(x) = 3x(x+1)(x-5)$.
 - b/ En déduire, après avoir factorisé $Q(x)$, que : $Q(x) = (x+1)^2(x-5)$.
- 4) Soit F la fonction rationnelle définie par : $F(x) = \frac{2x}{Q(x)} - \frac{3x}{P(x)}$.
 - a/ Déterminer le domaine de définition de F noté D_F .
 - b/ Montrer que, pour tout $x \in D_F$ on a : $F(x) = \frac{x}{(x+1)^2(2x-1)}$.
 - c/ Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation: $F(x) \geq 0$.

Exercice n°2 : (6 pts)

Soit ABC un triangle, (*figure 1*). I est le barycentre des points pondérés $(A ; -2)$,

$(B ; 3)$, J est le point défini par : $\overrightarrow{BJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

- 1) a/ Construire I et J .
 - b/ Exprimer J comme barycentre de B et C .
- 2) Soit G le barycentre des points pondérés $(C ; 6)$, $(I ; 1)$.
 - a/ Montrer que G est le barycentre des points pondérés $(A ; -2)$, $(B ; 3)$ et $(C ; 6)$.
 - b/ Montrer que les points A , J et G sont alignés. construire G .
- 3) Soit K le barycentre des points pondérés $(A ; 2)$, $(C ; 1)$.
 - a/ Montrer que, pour tout point M du plan, on a : $-2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{KB}$.
 - b/ Montrer que, pour tout point M du plan, on a : $-2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 6\overrightarrow{MC} = 7\overrightarrow{MG}$.

c/ En déduire que : $7\overrightarrow{CG} = 3\overrightarrow{KB}$.

d/ Montrer alors que les droites (CG) et (BK) sont parallèles.

4) Soit \mathcal{E} l'ensemble des points M du plan tels que :

$$\| -2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 6\overrightarrow{MC} \| = \| -2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} \|.$$

Déterminer et construire l'ensemble \mathcal{E} .

Exercice n°3 : (6 pts)

Soit \mathcal{C} un cercle de centre O , A et M sont deux points de \mathcal{C} . (figure 2)

1) a/ Construire les points E et B images respectives des points A et M par la translation de vecteur \overrightarrow{OA} .

b/ Montrer que $OABM$ est un losange.

c/ Montrer que le triangle OBE est rectangle en B .

2) a/ Construire les points I, J, K et N définis par :

➤ $\overrightarrow{OI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{OM}$.

➤ J est le milieu de $[OA]$.

➤ $OIKJ$ est un parallélogramme.

➤ $\overrightarrow{ON} = 4\overrightarrow{OK}$.

b/ Exprimer \overrightarrow{IK} en fonction de \overrightarrow{OA} .

c/ Montrer que $\overrightarrow{MN} = 4\overrightarrow{IK}$, En déduire que N est l'image de M par la translation de vecteur \overrightarrow{OE} .

d/ Déterminer et construire l'ensemble \mathcal{E}' des points N lorsque M varie sur \mathcal{C} .

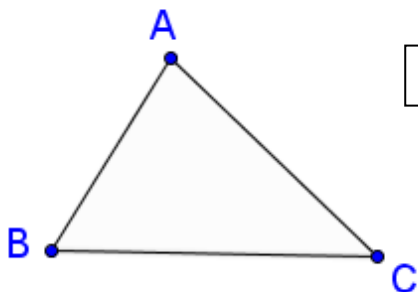
Bonne chance

FEUILLE ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE

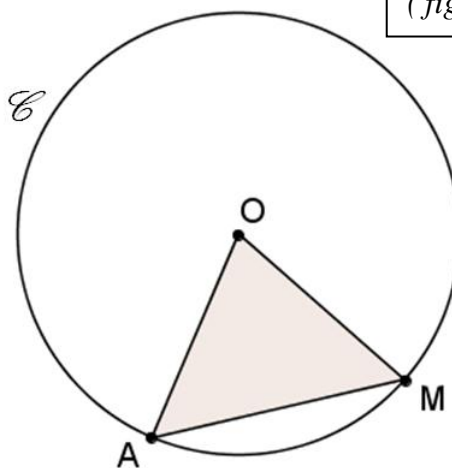
Devoir de synthèse n°1 (08 – 12 – 2015)

Nom et prénom :

Classe : 2^{ème} Sc....



(figure 1)



(figure 2)

