Lycée Tahar Sfar Mahdia	**Devoir de Synthèse n° 1** *Mathématiques*	*Niveau : $2^{ème}$ Sc et Info*
Date : 06 / 12 / 2009	*Profs :Mme Kesraoui,Mrs Zaouali et Meddeb*	*Durée : 2 heures*

NB : il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction et à la présentation.

Exercice n°1 : *(3 pts)*

Pour chaque question, une seule parmi les trois réponses proposées est correcte. On indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 0,75 point, une réponse fausse enlève 0,25 point, et l'absence de réponse est comptée 0 point. Si le total est négatif, la note sera ramenée à zéro.

- On donne les deux polynômes suivants :

$F(x) = 2x^3 - 5x + 1$ et $G(x) = (x - 5)(-3x^2 + 2x - 7)$.

Q_1 : Le degré du polynôme $(F.G)(x)$ est :

a/ 6 *b/* 5 *c/* 3 .

- Les réels $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{3}$ sont les racines du trinôme du second degré :

a/ $6x^2 + 5x + 1$ *b/* $6x^2 - 5x + 1$ *c/* $6x^2 - x - 1$.

Le plan est rapporté à un repère orthonormé

- On donne les vecteurs $\vec{u}\binom{2}{3}$ et $\vec{v}\binom{\alpha + 1}{4}$.

Q_2 : Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux si et seulement si :

a/ $\alpha = -5$ *b/* $\alpha = 5$ *c/* $\alpha = -7$.

Q_3 : Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si :

a/ $\alpha = -2$ *b/* $\alpha = \frac{5}{3}$ *c/* $\alpha = -\frac{5}{3}$.

- On donne les points $A(1\,,4)$, $B(4\,,-1)$ et $C(-2\,,0)$.

Q_4 : Les coordonnées de l'isobarycentre G des point A , B et C sont :

a/ $(1\,,2)$ *b/* $(2\,,1)$ *c/* $(1\,,1)$.

Exercice n°2 : *(8 pts)*

On considère les fonctions polynômes :

$A(x) = 3x^2 - 8x + 4$.

$P(x) = 2x^3 - x^2 - 8x + 4$.

$$Q(x) = x^3 - 5x^2 + 8x - 4.$$

1) a) Vérifier que (-2) est une racine de P .

b) Déterminer le polynôme R tel que : $P(x) = (x+2)R(x)$ pour tout $x \in IR.$

c) En déduire que : $P(x) = (x^2 - 4)(2x - 1)$ pour tout $x \in IR.$

2) a) Vérifier que : $P(x) - 2Q(x) = 3A(x)$ pour tout $x \in IR.$

b) Factoriser $A(x).$

c) En déduire la factorisation de Q en produit de trois facteurs.

3) Résoudre dans IR : a) $P(x) \geq 0.$

b) $\sqrt{P(x)} = x + 2.$

4) Soit f la fonction rationnelle définie par : $f(x) = \dfrac{Q(x)}{P(x)}$.

a) Déterminer le domaine de définition de f .

b) Résoudre dans IR l'inéquation : $2f(x) \geq 1.$

Exercice n°3 : *(5 pts)*

Soit ABC un triangle, I est le milieu de $[AB].$

1) Construire le point J barycentre des points pondérés $(A, 1), (C, -3)$.

2) Soit G le barycentre des points pondérés $(B, 4), (J, -2)$.

a) Construire $G.$

b) Montrer que : $\overrightarrow{GA} + 4\overrightarrow{GB} - 3\overrightarrow{GC} = \vec{0}.$

3) En écrivant : $4\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GB} + 3\overrightarrow{GB},$ Montrer que les droites (IG) et (BC) sont parallèles.

4) Soit K le point définie par : $\overrightarrow{CK} = 4\overrightarrow{CB}.$

$\frac{a}{\square}$ Déterminer deux réels α et β tels que $\alpha\overrightarrow{KB} + \beta\overrightarrow{KC} = \vec{0}$.

$\frac{b}{\square}$ Déduire que G est le milieu du segment $[AK]$.

Exercice n°4 : *(4 pts)*

Soit $ABCD$ un rectangle de centre O tel que $AB = 8$ et $AD = 6$.

I et J sont les milieux respectifs des segments $[OA]$ et $[OB]$.

1) Montrer que : $\overrightarrow{JA} + 2\overrightarrow{JB} + \overrightarrow{JC} = \vec{0}$.

2) Déterminer l'ensemble Δ des points M du plan tels que :

$$\left\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\| = \left\|3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}\right\|.$$

3) Soit $\mathscr{C}$ l'ensemble des points M du plan vérifiant :

$$\left\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\| = 10\ .$$

Montrer que $\mathscr{C}$ est le cercle de diamètre $[OB]$.

Bonne chance