

**EXERCICE N°1 :(7 points)**

1) Soit  $(U_n)$  une suite géométrique telle que :  $U_2 = 4$  et  $U_5 = 32$ .

a) Montrer que  $(U_n)$  a pour raison  $q = 2$  et calculer son premier terme  $U_0$ .

b) Déterminer le terme général de la suite  $(U_n)$ .

c) Calculer la somme  $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_{n-1}$  en fonction de  $n$ . ( $n \geq 1$ )

2) Soit  $W_n = 3n + 1$ ,  $n \in \mathbb{N}$

Prouver que  $(W_n)$  est une suite arithmétique et donner sa raison  $r$  et son premier terme  $W_0$ .

3) On considère la suite  $(V_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $V_n = U_n + (3n + 1)$ .

a) Calculer  $V_0$ ,  $V_1$  et  $V_2$ .

b) Déduire que la suite  $(V_n)$  n'est ni arithmétique, ni géométrique.

4) Calculer la somme  $T_n = V_0 + V_1 + \dots + V_{n-1}$ . ( $n \geq 1$ ) en fonction de  $n$ .

5) Calculer chacune des sommes suivantes :

a)  $X = 4 + 8 + 16 + \dots + 512 + 1024$ .

b)  $Y = 4 + 7 + 10 + \dots + 58 + 61$ .

**EXERCICE N°2 :(7 points)**

1) Calculer sans utiliser la calculatrice les sommes suivantes :

$$A = \cos(20^\circ) + \cos(30^\circ) + \cos(50^\circ) + \cos(130^\circ) + \cos(150^\circ) + \cos(160^\circ).$$

$$B = \sin^2\left(\frac{\pi}{16}\right) + \sin^2\left(\frac{3\pi}{16}\right) + 2 \sin^2\left(\frac{5\pi}{16}\right) + \sin^2\left(\frac{7\pi}{16}\right) + \sin^2\left(\frac{13\pi}{16}\right)$$

2) Résoudre dans  $[0, \pi]$  les équations suivantes:

(a)  $\cos(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$                       (b)  $2 \sin^2(x) - 5 \sin(x) + 2 = 0$ .

3) Montrer que les expressions suivantes ne dépendent pas de  $x$ :

$$(a) E = \sin(x) \cdot \cos(x) - \frac{\tan(x)}{1 + \tan^2(x)} \quad (b) F = \sin^2(x) - 2 \cos(x) + (1 + \cos(x))^2 .$$

4) ABC étant un triangle tel que :  $\sin^2(B) = \sin^2(A) + \sin^2(C)$ .

En utilisant la loi du sinus , montrer que le triangle ABC est rectangle en B.

**EXERCICE N° 3 :(6 points)**

OAB est un triangle rectangle en A de sens direct et tel que :  $OA = 2 OB$ . Les points J et K sont les milieux respectifs de [OA] et [OB]

\* A' est le symétrique de O par rapport à B

\* I est le symétrique de J par rapport à O

\* H est le projeté orthogonal de O sur ( AB )

1)a) Faire une figure claire

b) Montrer que le triangle JBI est rectangle en B.

2) Soit R la rotation directe de centre O et d'angle  $\frac{\pi}{2}$

a) Déterminer les images de J et B par la rotation R .

b) Montrer que  $R(A) = A'$

3) Soit  $G = R(H)$

a) Prouver que les points I , G et A' sont alignés.

b) Montrer que les droites ( OG ) et ( IA' ) sont perpendiculaires

c) Construire alors le point G.

**BON TRAVAIL**