

EXERCICE N°1 :(7 points)

1) Soit (U_n) une suite géométrique telle que : $U_2 = 4$ et $U_5 = 32$.

a) Montrer que (U_n) a pour raison $q = 2$ et calculer son premier terme U_0 .

b) Déterminer le terme général de la suite (U_n) .

c) Calculer la somme $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_{n-1}$ en fonction de n . ($n \geq 1$)

2) Soit $W_n = 3n + 1$, $n \in \mathbb{N}$

Prouver que (W_n) est une suite arithmétique et donner sa raison r et son premier terme W_0 .

3) On considère la suite (V_n) définie sur \mathbb{N} par : $V_n = U_n + (3n + 1)$.

a) Calculer V_0 , V_1 et V_2 .

b) Déduire que la suite (V_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique.

3) Calculer la somme $T_n = V_0 + V_1 + \dots + V_{n-1}$. ($n \geq 1$) en fonction de n .

EXERCICE N°2 :(7 points)

1) Calculer sans utiliser la calculatrice les sommes suivantes :

$$A = \cos(20^\circ) + \cos(30^\circ) + \cos(50^\circ) + \cos(130^\circ) + \cos(150^\circ) + \cos(160^\circ).$$

$$B = \sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right) + \sin^2\left(\frac{3\pi}{8}\right) + \sin^2\left(\frac{5\pi}{8}\right) + \sin^2\left(\frac{7\pi}{8}\right)$$

2) Résoudre dans $[0, \pi]$ les équations suivantes:

$$(a) \sin(x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (b) 2 \cos^2(x) - 5 \cos(x) + 2 = 0.$$

3) Montrer que l'expression suivante ne dépend pas de x : $E = \sin(x) \cdot \cos(x) - \frac{\tan(x)}{1 + \tan^2(x)}$

EXERCICE N° 3 :(6 points)

Soit $x \in]0, \pi[$; on pose $f(x) = \frac{1}{1 + \cos x} + \frac{1}{1 - \cos x}$

1) Calculer $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$, $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ et $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$

2) Etablir que pour tout $x \in]0, \pi[$; $f(x) = \frac{2}{\sin^2 x}$.

3) Déterminer les réels $x \in]0, \pi[$ tels que $f(x) = 4$.