|  |  |
| --- | --- |
| Site web : <http://www.matheleve.net/>Email1 :contact@matheleve.netEmail2 :matheleve@gmail.com | **Devoir de synthèse n°02** |
| Lycée Ali Bourguiba Bembla  |  2 ème  Sci 3 | Mardi 06-03-2012 |  **Chortani Atef** |

**Exercice 1 (4 points)**

$$1)Soit x\in \left[\frac{π}{2};π\right],calculer cosx sachant que sinx=\frac{4}{5} $$

2) Montrer que la suite $\left(u\_{n}\right)$ définie par $u\_{n}=3^{2n+3}-9^{n}$ est géométrique

$$3)Calculer \cos(\frac{π}{5})+\cos(\frac{2π}{5})+\cos(\frac{3π}{5})+\cos(\frac{4π}{5})$$

4) Montrer que pour tout entier naturelle $n$ $, \left(n+2\right) divise 3n^{2}+7n+2$

$$5) Déterminer tout les entiers naturels n tel que \frac{n+16}{n+1}soit entier$$

**Exercice 2(5 points)**

Soit n∈ ℕ ,on considère la suite $\left(u\_{n}\right)$ définie par :

$$\left\{\begin{array}{c}u\_{0}=1 \\u\_{n+1}=3u\_{n}+1 , n\in N \end{array}\right.$$

1) a)Calculer $u\_{1} et u\_{2}$

b) Vérifier que la suite $\left(u\_{n}\right)$ n’est ni arithmétique ni géométrique

$$2) Soit la suite \left(v\_{n}\right) définie sur N par: v\_{n}=u\_{n}+\frac{1}{2}$$

a)Calculer $v\_{0}$

b) Montrer que $\left(v\_{n}\right) $est une suite géométrique de raison 3

c)Exprimer alors en fonction de $n$ $,v\_{n} et u\_{n} $

3)a) Calculer en fonction de n $,S=1+3+3^{2}+..+3^{n}$

b) Montrer que 2 divise $3^{n+1}-1$

c) En déduire que $u\_{n}$ est un entier naturel.

d) Montrer que pour tout entier naturelle $n$ ; $u\_{n} et u\_{n+1}$ sont premiers entre eux

**Exercice 3 (5 points)**

Soient ($u\_{n}$) et ($v\_{n}$) deux suites définies sur ℕ respectivement par

$$\left\{\begin{array}{c}u\_{0}=0 \\u\_{n+1}=\frac{1}{2-u\_{n}} , n\in N et v\_{n}= \frac{1}{u\_{n}-1} \end{array}\right.$$

On vous admet que $ u\_{n}\in R∖\left\{1;2\right\}$ pour tout entier naturel $n$

1) Calculer $u\_{1},$ $u\_{2}, v\_{0} et v\_{1}$

2) a) Montrer que $\left(v\_{n}\right)$ est une suite arithmétique de raison −1.

b) Donner l'expression de $v\_{n} $puis de $u\_{n}$ en fonction de $n$.

3) Pour $n$ ≥ 1, on pose $S\_{n}$ =$v\_{0}+v\_{1}+..+v\_{n-1} et P\_{n}=2^{v\_{0}}×2^{v\_{1}}×..×2^{v\_{n-1}} $

a) Calculer $S\_{n}$ en fonction de $n$.

b) En déduire l’expression de $P\_{n}$ en fonction de$ n$.

**Exercice 4 (6 points)**

$$Soit ABC un triangle tel que AC=6 ,\hat{ABC}=\frac{π}{4} et \hat{ACB}=\frac{π}{3} $$

1) On appliquant la loi de sinus montrer que $AB=3\sqrt{6}$

2) a)Résoudre dans $R\_{+}$ l’équation $x^{2}-6x-18=0$

b) En déduire en appliquant le théorème d’El-Kashi montrer que $BC=3\left(1+\sqrt{3}\right)$

c)Calculer l’aire du triangle ABC.

$$3) Montrer que \hat{BAC}=\frac{5π}{12}$$

4) Soit C cercle circonscrit au triangle ABC

a)Calculer R le rayon de C.

$$b) En déduire que sin\left(\frac{5π}{12}\right)=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

$$c)Calculer \left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\right)^{2}$$

$$d) En déduire cos\left(\frac{5π}{12}\right) et tan\left(\frac{5π}{12}\right)$$