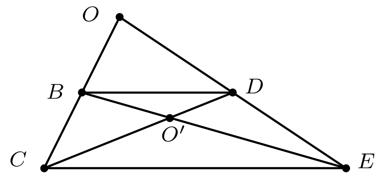
DEVOIR DE SYNTHÈSE N° 2

Exercice 1 *(3 points)*

Pour chaque question, indiquer par A), B), C) l'unique bonne réponse. Aucune justification n'est demandée.

1. BCED est un trapèze de bases [BD] et [CE].
L'homothétie qui transforme C en D et E en B est de centre :

A) Le point O.
B) Le point O'.
C) Un point qui n'est ni O ni O'.



2. La nombres 7 ; 12 ; 17 ; 22 ; 27 dans cet ordre sont les termes consécutifs d'une suite :
A) arithmétique.
B) géométrique .
C) ni arithmétique ni géométrique.

3. (v_n) est une suite géométrique de raison q avec $v_2 = 90$ et $v_4 = 810$ alors :
A) $v_0 = 10$ et $q = -3$. **B)** $v_0 = 22,5$ et $q = 2$. **C)** $v_0 = 32,4$ et $q = 5$.

Exercice 2 *(3 points)*

Mouheb décide de faire un plus de sport. Pour cela, il commence par 1h la première semaine et allonge chaque semaine sa séance de 10 minutes.
On note u_n, le temps (en minutes) consacré au sport la n$^{\text{ième}}$ semaine ($n \geqslant 1$). Ainsi $u_1 = 60$, $u_2 = 70$, $u_3 = 80$

1. Que valent u_4 et u_5 ?

2. Quelle est la nature de la suite u_n ?

3. Après combien de semaines, Mouheb fera-t-il 3 heures de sport ?

Exercice 3 *(4 points)*

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 2u_n + 2$.

1. Calculer u_1 et u_2.

2. Montrer que la suite (u_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.

3. Soit (v_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = u_n + 2$.

a) Calculer v_0 et v_1.

b) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = 2v_n$ .En déduire que la suite (v_n) est géométrique de raison 2.

c) Exprimer v_n en fonction de n. En déduire u_n en fonction de n.

Exercice 4 *(4 points)*

Soit (v_n) une suite géométrique tel que $v_5 = 160$ et $v_{10} = 5120$.

1. Montrer que la raison de cette suite est $q = 2$.

2. Déterminer le premier terme v_0 de cette suite.

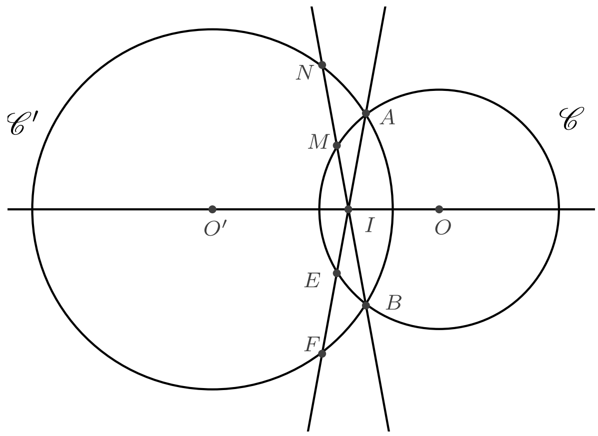
3. Exprimer v_n en fonction de n.

4. Calculer la somme $S = v_5 + v_6 + v_7 + \cdots + v_{10}$.

Exercice 5 *(6 points)*

Dans la figure ci-contre :

- ✘ I est le barycentre des points $(O, 3)$ et $(O', 2)$.
- ✘ $\mathscr{C}$ est le cercle de centre O et de rayon 2.
- ✘ $\mathscr{C}'$ est le cercle de centre O' et de rayon 3.
- ✘ $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ se coupent en A et B.
- ✘ La droite (AI) recoupe $\mathscr{C}$ en E et $\mathscr{C}'$ en F.
- ✘ La droite (BI) recoupe $\mathscr{C}$ en M et $\mathscr{C}'$ en N.



On désigne par h l'homothétie de centre I et de rapport $-\dfrac{3}{2}$.

1. Montrer que $h(O) = O'$.

2. Montrer que $h(\mathscr{C}) = \mathscr{C}'$.

3. a) Déterminer $h\big((AI)\big)$.

b) Montrer que $h(A) = F$ et que $h(E) = A$.

4. a) Déterminer $h\big((BI)\big)$.

b) Montrer que $h(B) = N$ et que $h(M) = B$.

5. Montrer que $(AB) \mathbin{/\!/} (FN)$ et que $(AB) \mathbin{/\!/} (EM)$.

6. Montrer que $FN = \dfrac{9}{4} EM$.