

Exercice N°1 : ( 8 pts)

Soit  $f(x) = \left(\cos x + \frac{1}{\cos x}\right)^2 - \operatorname{Tg}^2 x$  ; avec  $x \in [0, \pi] \setminus \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$

1-/ Calculer  $f(\pi)$  et  $f\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ .

2-/ a) Montrer que :  $f(x) = \cos^2 x + 3$ .

b) En déduire que pour  $x \in [0, \pi] \setminus \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$  on a :  $3 < f(x) \leq 4$

3-/ Soit  $g(x) = \sin^2 x + \cos x + 3$

a) Montrer que :  $f(x) - g(x) = 2\cos^2 x - \cos x - 1$ .

b) Résoudre dans  $[0, \pi]$  :  $f(x) = g(x)$ .

4-/ Soit  $a$  un réel de  $[0, \pi] \setminus \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$  tel que  $\operatorname{Tga} = -2\sqrt{2}$

Calculer  $\cos a$ ,  $\sin a$  puis  $g(a)$ .

5-/ Soit  $A = \cos^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8}$  et  $B = \cos \frac{\pi}{8} + \cos \frac{7\pi}{8}$

a) Calculer  $A$  et  $B$ .

b) En déduire alors que :  $f\left(\frac{\pi}{8}\right) + g\left(\frac{7\pi}{8}\right) + \cos \frac{\pi}{8} = 7$ .

Exercice N°2 : ( 12 pts) (les parties I – et II – sont indépendantes)

On considère  $\mathbf{R} = (O, \vec{i}, \vec{j})$  un repère orthonormé du plan .

I – Soit les points  $E(4, -2)$  ;  $F(6, 0)$  et  $G(0, 2)$ .

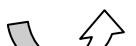
1-/ a) Montrer que  $\overline{EF}$  et  $\overline{EG}$  sont orthogonaux.

b) En déduire que  $E, F$  et  $G$  appartiennent à un même cercle  $\zeta$  de centre  $I(3, 1)$  et dont on déterminera le rayon  $\mathcal{R}$ .

2-/ a) Ecrire une équation cartésienne de la droite  $\Delta$  passant par  $E$  et parallèle à  $(FG)$ .

b) Calculer la distance de point  $I$  à la droite  $\Delta$ .

c) Ecrire une équation du cercle  $\zeta'$  de centre  $G$  et tangent à  $\Delta$ .



**II** – Soit  $\alpha \in [0, \pi]$ , on donne les droites  $D_1$  et  $D_2$  d'équations respectives :

$$D_1 : (1 - \sin \alpha)x - \cos \alpha \cdot y + \frac{1}{2} = 0 \quad \text{et} \quad D_2 : (1 + \sin \alpha)x - \cos \alpha \cdot y + 3 = 0 \quad .$$

1-/ Déterminer  $\alpha$  pour que  $D_1 \perp D_2$

2-/ Soient les points :  $A(\sin \alpha, \cos \alpha)$  et  $B(\cos \alpha, -\sin \alpha)$ .

a) Déterminer  $\alpha$  pour que  $A \in D_1$ .

b) Montrer que pour tout  $\alpha \in [0, \pi]$  :  $BA = \sqrt{2}$

3-/ Soit  $\xi$  l'ensemble des points  $M(x, y)$  vérifiant :  $x^2 + y^2 - (2\cos \alpha)x + (2\sin \alpha)y - 1 = 0$

Montrer que  $\xi$  est un cercle de centre  $B$  et de rayon  $BA$ .

4-/ On prend  $\alpha = \frac{5\pi}{6}$

a) Vérifier que l'équation cartésienne de  $D_1$  est :  $x + \sqrt{3}y + 1 = 0$

b) Déterminer les coordonnées du point  $A$  et l'équation de cercle  $\xi$ .

c) Montrer que  $\xi$  et  $D_1$  se coupent en deux points  $A$  et  $A'$  dont on déterminera les coordonnées du point  $A'$ .

Bon Travail