2ème années secondaire	*Devoir de Synthèse N°3* *Mathématiques*	Le 24 / 05 / 2005 Durée : 2 H

Exercice N°1 : (8 pts)

Soit $f(x)=(Cosx+\frac{1}{Cosx})^2 - Tg^2x$; avec $x\in[0,\pi]\backslash\left\{\frac{\pi}{2}\right\}$

1-/ Calculer $f(\pi)$ et $f(\frac{2\pi}{3})$.

2-/ a) Montrer que : $f(x)=Cos^2x+3$.

b) En déduire que pour $x\in[0,\pi]\backslash\left\{\frac{\pi}{2}\right\}$ on a : $3<f(x)\leq 4$

3-/ Soit $g(x)=Sin^2x+Cosx+3$

a) Montrer que : $f(x)-g(x)=2Cos^2x-Cosx-1$.

b) Résoudre dans $[0,\pi]$: $f(x)=g(x)$.

4-/ Soit a un réel de $[0,\pi]\backslash\left\{\frac{\pi}{2}\right\}$ tel que $Tga=-2\sqrt{2}$

Calculer $Cosa$, $Sina$ puis $g(a)$.

5-/ Soit $A=Cos^2\frac{\pi}{8}+Cos^2\frac{3\pi}{8}$ et $B=Cos\frac{\pi}{8}+Cos\frac{7\pi}{8}$

a) Calculer A et B.

b) En déduire alors que : $f(\frac{\pi}{8})+g(\frac{7\pi}{8})+Cos\frac{\pi}{8}=7$.

Exercice N°2 : (12 pts) (les parties I – et II – sont indépendantes)

On considère R=$(O,\vec{i},\vec{j})$ un repère orthonormé du plan .

I – Soit les points $E(4,-2)$; $F(6,0)$ et $G(0,2)$.

1-/ a) Montrer que $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EG}$ sont orthogonaux.

b) En déduire que E, F et G appartiennent à un même cercle ζ de centre $I(3,1)$ et dont on déterminera le rayon $\mathcal{R}$.

2-/ a) Ecrire une équation cartésienne de la droite Δ passant par E et parallèle à (FG).

b) Calculer la distance de point I à la droite Δ.

c) Ecrire une équation du cercle ζ' de **centre** G et **tangent** à Δ.

Voir verso

II – Soit $\alpha \in [0,\pi]$, on donne les droites D_1 et D_2 d'équations respectives :

$D_1 : (1 - Sin\alpha).x - Cos\alpha \,.y + \dfrac{1}{2} = 0$ et $D_2 : (1 + Sin\alpha).x - Cos\alpha \,.y + 3 = 0$.

1-/ Déterminer α pour que $D_1 \perp D_2$

2-/ Soient les points : $A(Sin\alpha, Cos\alpha)$ et $B(Cos\alpha, -Sin\alpha)$.

a) Déterminer α pour que $A \in D_1$.

b) Montrer que pour tout $\alpha \in [0,\pi]$: $BA = \sqrt{2}$

3-/ Soit ξ l'ensemble des points $M(x, y)$ vérifiant : $x^2 + y^2 - (2Cos\alpha).x + (2Sin\alpha).y - 1 = 0$

Montrer que ξ est un cercle de centre B et de rayon BA.

4-/ On prend $\alpha = \dfrac{5\pi}{6}$

a) Vérifier que l'équation cartésienne de D_1 est : $x + \sqrt{3}y + 1 = 0$

b) Déterminer les coordonnées du point A **et** l'équation de cercle ξ.

c) Montrer que ξ et D_1 se coupent en deux points A et A' dont on déterminera les coordonnées du point A'.

Bon Travail