

Lycée Tahar Sfar Mahdia	<u>Devoir de Synthèse n° 3</u> Mathématiques	Classes : 2 ^{ème} Sc 1
Date : 24 / 05 / 2016	Prof : Meddeb Tarek	Durée : 2 heures

NB : il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction et à la présentation.

Exercice n°1 : (7 pts)

On a représenté dans la feuille annexe ci-jointe (page 3), dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , la parabole C_f , représentation graphique d'une fonction f définie sur \mathbb{R} .

1) Résoudre graphiquement :

- $f(x) \geq 0$
- $0 \leq f(x) \leq 6$.

2) En utilisant la courbe C_f , montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x$.

3) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ par : $g(x) = \frac{x}{x-3}$.

a/ Vérifier que, pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$, on a : $g(x) = \frac{3}{x-3} + 1$.

b/ Tracer la courbe C_g représentation graphique de g dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) de la feuille de l'annexe.

4) Déterminer, par le calcul, les coordonnées des points d'intersection de C_f et C_g .

b/ Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x) \leq g(x)$.

5) Soit $M \left(m-2 ; \frac{1}{2}m^2 - 4m + 6 \right)$ où m est un réel.

a/ Montrer que $M \in C_f$ pour tout $m \in \mathbb{R}$.

b/ Déterminer les valeurs de m pour que $M \in C_g$.

Exercice n°2 : (6 pts)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1) Soient les points $A(0, 3)$ et $B(4, -5)$ et \mathcal{C} le cercle de diamètre $[AB]$.

Déterminer le centre I et le rayon R de \mathcal{C} .

2) Soit Δ la droite d'équation : $x - 2y + 6 = 0$.

a/ Montrer que (AB) est perpendiculaire à Δ .

b/ Montrer que \mathcal{C} et Δ sont tangents et déterminer leur point de contact.

3) Soit a un réel différent de (-1) . On considère l'ensemble C_a d'équation :

$$x^2 + y^2 - 2(a + 1)x - 2(1 - 2a)y - 12a - 3 = 0.$$

a/ Montrer que, pour tout $a \neq -1$, C_a est le cercle de centre $I_a(a + 1 ; 1 - 2a)$ et de rayon $R_a = \sqrt{5}|a + 1|$.

b/ Montrer que I_a appartient à la droite (AB) privée du point A .

c/ Montrer que tous les cercles C_a sont tangents à Δ en A .

Exercice n°3 : (7 pts)

Soit $ABCD$ un tétraèdre, on désigne par I et J les milieux respectifs des arêtes $[AC]$ et $[AD]$ et par K et L les points appartenant respectivement aux arêtes $[BC]$ et $[BD]$ tels

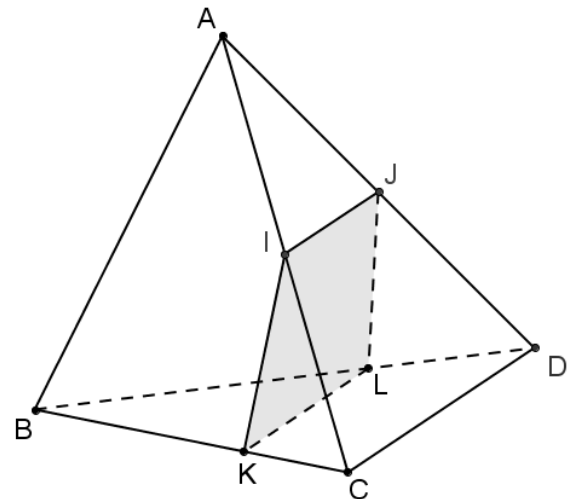
que : $BK = \frac{2}{3}BC$ et $BL = \frac{2}{3}BD$. (voir figure)

1) a/ Montrer que (IJ) et (KL) sont parallèles.

b/ Exprimer IJ et KL en fonction de CD , en déduire que $IJ = \frac{3}{4}KL$.

c/ Montrer que les droites (IK) et (JL) sont sécantes. (on pourra faire un raisonnement par l'absurde).

d/ On désigne par O le point d'intersection de (IK) et (JL) , Montrer que A, B et O sont alignés.



2) On suppose dans la suite que le tétraèdre est régulier, et soit E le milieu de $[CD]$.

a/ Déterminer en justifiant, le plan médiateur de $[CD]$.

b/ En déduire que les droites (AB) et (CD) sont orthogonales.

c/ Montrer que les plans (ABE) et (ACD) sont perpendiculaires.

d/ Les plans (ABE) et (IJK) sont-ils perpendiculaires ? Justifier.

Bonne chance

FEUILLE ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE

Devoir de synthèse n° 3 (24 – 05 – 2016)

Nom et prénom :

Classe : 2 Sc 1

