

EXERCICE N°1 :

Soit ABCD un carré direct. On désigne par E le point de (DB] tel que DE = DA ;

I le milieu de [AE] et J le milieu de [CE] ; Soit R la rotation directe de centre D et d'angle $\frac{\pi}{4}$.

1) a) Déterminer R(A) et R(E).

b) Montrer que R(I) = J.

c) Déterminer l'image de la droite (AI) par R.

2) Montrer que EIJ est un triangle isocèle.

3) a) Construire le point F = R(B) et montrer que DF = AB. $\sqrt{2}$.

b) Montrer que les droites (ED) et (EF) sont perpendiculaires.

EXERCICE N°2 :

A) Soit la suite (U_n) définie par :
$$\begin{cases} U_0 = 6 \\ U_n = U_{n+1} + 5 \quad \text{si } n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1) Montrer que U est une suite arithmétique dont on précisera la raison.

2) Exprimer U_n en fonction de n et déduire que $U_9 = -39$.

3) On pose $S = U_0 + U_1 + \dots + U_9$; Montrer que $S = -165$.

B) On considère la suite géométrique (V_n) définie sur \mathbb{N} par les termes $V_3 = 8$ et $V_6 = 64$.

1) Calculer la raison q et le premier terme V_0 de cette suite puis exprimer V_n en fonction de n.

2) On pose $S' = V_0 + V_1 + \dots + V_9$. Montrer que $S' = 1023$.

C) Soit la suite W définie sur \mathbb{N} par : $W_n = 2^n + 3(-5n + 6)$.

Exprimer W_n à l'aide de U_n et V_n puis calculer $S'' = W_0 + W_1 + \dots + W_9$.

EXERCICE N°3 :

Soit (U_n) une suite géométrique de raison q tel que $0 < q < 1$.

1) Sachant que $U_0 \cdot U_1 \cdot U_2 = 8$, calculer U_1 .

2) Déterminer q sachant que U_0 , U_1 et $(U_2 - \frac{1}{3})$ sont dans cet ordre trois termes consécutifs d'une suite arithmétique.

3) Vérifier que $U_n = 3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.