

Devoir de Synthèse n°1

Exercice 1 : (8 pts)

On donne un repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) du plan .

1° - Placer les points D, E, F et G tels que : $\vec{OD} = -\vec{u} - 2\vec{v}$, $\vec{OE} = -3\vec{u}$, $\vec{OF} = 2\vec{u} - \vec{v}$, $\vec{OG} = 4\vec{u} - 3\vec{v}$

2° - Quelle est la nature du quadrilatère EDGF .

3° - a) Calculer OD et OF .

b) Montrer que les vecteurs \vec{OD} et \vec{OF} sont orthogonaux .

c) En déduire la nature du triangle ODF .

4° - Expliquer pourquoi le point $I\left(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right)$ est le centre d'un cercle passant par les points O, D et F

puis calculer le rayon de ce cercle .

5° - Soit K le point tel que : $\vec{OK} = \vec{OD} + \vec{OE} + \vec{OF} + \vec{OG}$

a) Calculer les composantes du vecteur \vec{OK} .

b) Montrer que les points O, I et K sont alignés.

6° - Soit le point L tel que : $\vec{OL} = 3\vec{u} + \vec{v}$.

Démontrer que la droite (OL) est tangente en O au cercle de centre I et de rayon

Exercice 2 : (2 pts)

Soit (O, \vec{i}, \vec{j}) un repère cartésien du plan et les vecteurs : $\vec{u} = (x+1)\vec{i} + 3\vec{j}$ et $\vec{v} = -\vec{i} + x\vec{j}$, $x \in \mathbb{R}$

Pour quelles valeurs de x :

a) Les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont-ils Colinéaires ?

b) Les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont-ils Orthogonaux ?

c) Le vecteur \vec{v} est-il normé ?

Exercice 3 : (8 pts)

On donne $A(x) = -3x^2 + 5x + 8$.

1° - Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $A(x) \geq 0$.

2° - Donner le signe de chacune des expressions suivantes : $A(-555)$, $A(2,447)$ et $A(9999)$.

3° - Factoriser $A(x)$.

4° - Soit $B(x) = \frac{A(x)}{x^2 + (1+\sqrt{2})x + \sqrt{2}}$.

a) Pour quelles valeurs de x , B(x) est - elle définie ?

b) Simplifier B(x) .

c) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $B(x) = x - \sqrt{2}$.

Exercice 4 : (2 pts)

On considère l'équation (E_m) : $(m^2 + 1)x^2 - 2mx - 2 = 0$, $m \in \mathbb{R}$.

1° - Compléter : (E_m) admet deux racines distinctes x' et x'' car :

2° - a) Déterminer m pour que l'une des racines soit égale à (-1).

b) Calculer alors l'autre racine.