LYCEE TAHER BEN ACHOUR NEFZA	**DEVOIR DE SYNTHESE N°1** **(DECEMBRE 2009)**	**Proposé par** **Mr** : R.Adel
SECTION : 2 SCIENCES 3&4		
EPREUVE : MATHEMATIQUES	**DUREE : 2Heures**	**COEFFICIENT : 4**

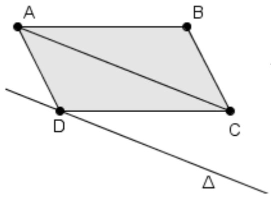
Exercice 1 : (3pts)

Répondre par Vrai ou Faux sans justification.

1) dans la figure ci-contre **;** G est le barycentre des points pondérés $(A,2)$ et $(B,5)$.

2) Le trinôme: $x^2 - x + 2$ est strictement positif pour tout réel x .

3) dans la figure ci-contre, l'image de la droite (BC) par la translation de vecteur $\overrightarrow{CD}$ est Δ .



$\Delta//(AC)$

Exercice 2 : (7pts)

1) Soit $f\,(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$

   a) Vérifier que -2 est une racine de f.

   b) Déduire que $f\,(x) = (x+2)(ax^2 + bx + c)$ où $a\,;b$ et c sont des réels à déterminer.

   c) Résoudre dans $\mathbb{R}$: $(x+2)(x^2 + 2x - 3) \geq 0$.

   d) Déduire le domaine de définition de $\sqrt{x^3 + 4x^2 + x - 6}$.

2) **a)** Développer et réduire le polynôme $(x+\alpha)(x^2+1)$

   b) factoriser, alors $g(x) = x^3 + 2x^2 + x + 2$.

3) Soit $h\,(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$.

   a) Déterminer le domaine de définition de h.

   b) Montrer que : $h(x) = \frac{(x-1)(x+3)}{(x^2+1)}$.

   c) Résoudre dans $\mathbb{R}$: $h(x) \leq 1$.

Exercice 3 : (3pts)

Soit l'équation (E) : $x^2 - 4x + 2 = 0$. Soit x' *et* x'' les racines de (E)

1) Sans calculer x' et x'' , calculer $x' + x''$ et $x'x''$.

2) En déduire les valeurs de $A = x'(x'' + 3) + x''(4x' + 3)$ et $B = \frac{2}{x'} + \frac{2}{x''}$.

Exercice 4 : (7pts)

Soit $ABC\,D$ un carré tel que $AB = 2cm$.

Soit l'application : $\begin{array}{l} f : P \to P \\ M \mapsto M' \end{array}$ tel que $3\overrightarrow{BM'} = 2\overrightarrow{AM'} + \overrightarrow{BM}$

1) Montrer que f est une translation de vecteur $2\overrightarrow{AB}$.

2) Soit G le barycentre des points pondérés$(A,-2)et(B,2)$.

a/ Montrer que G est l'image de A par f.

b/ Construire G

3) Soit K le barycentre des points pondérés $(C,5)$ et $(D,-3)$ et soit $K' = t_{\overrightarrow{DB}}(K)$.

a/ construire K et K'.

b/ Montrer que $A, G\ et\ K'$ sont alignés.

4) Soit I le milieu de $[CD]$.

a/ Montrer que $\overrightarrow{IK} = 2\overrightarrow{AB}$.

b/ Déduire que $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{GK}$ sont colinéaires.

Question bonus : soit J le milieu de $[AD]$.Déterminer les coordonnées des points D ; $K\ et\ G$ dans la base $(D, \overrightarrow{DI}; \overrightarrow{DJ})$ puis montrer que le triangle DKG est rectangle en G.

****