Lycée Tahar Sfar Mahdia	**Devoir de Synthèse n° 1** *Mathématiques*	*Niveau : 2ème Sc et Info*
Date : 08 / 12 / 2009	*Profs : Dermech, Smida, et Meddeb*	*Durée : 2 heure*

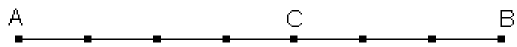
NB : il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction et à la présentation.

Exercice n°1 : *(3 pts)*

Pour chaque question, une seule réponse est correcte. On indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte rapporte 0,75 point, une réponse fausse enlève 0,25 point, et l'absence de réponse est comptée 0 point. Si le total est négatif, la note sera ramenée à zéro.

1) On donne la figure suivante :



Le point *C* est le barycentre des points pondérés :

a/ $(A,4),(B,3)$ ***b/*** $(A,3),(B,4)$ ***c/*** $(A,-3),(B,4)$

2) L'ensemble des solutions de l'équation : $12x^2+11x-5=0$ est :

a/ $S_{IR}=\left\{\frac{1}{3}\ ,\ \frac{5}{4}\right\}$ ***b/*** $S_{IR}=\left\{\frac{-1}{3}\ ,\ \frac{5}{4}\right\}$ ***c/*** $S_{IR}=\left\{\frac{1}{3}\ ,\ \frac{-5}{4}\right\}$.

3) Soit *b* un réel, l'équation : $2x^2+bx+3=0$ admet toujours :

a/ Deux solutions ***b/*** Zéro solution ***c/*** Je ne sais pas.

4) Lorsque *x* est dans l'intervalle $\left[\sqrt{2},\sqrt{3}\right]$, le trinôme $-x^2+3x-2$ est :

a/ Toujours positif ***b/*** Toujours négatif ***c/*** Je ne sais pas.

Exercice n°2 : *(7 pts)*

On considère les polynômes *A* et *P* définis par : $A(x)=4x^4-13x^2+9$.

$$P(x)=2x^3+3x^2-5x-6.$$

1) $a/$ Factoriser le trinôme : $4x^2-13x+9$.
   $b/$ En déduire la factorisation de $A(x)$ en produit de quatre facteurs.
2) $a/$ Vérifier que (-1) est une racine de *P*.
   $b/$ En déduire que : $P(x)=(x+1)R(x)$ où *R* est un polynôme que l'on déterminera.
3) Soit *F* la fonction rationnelle définie par : $F(x)=\frac{A(x)}{P(x)}$.

   $a/$ Déterminer le domaine de définition de *F*, puis simplifier $F(x)$.

   $b/$ Résoudre dans *IR* : $F(x)\geq 0$. puis $\sqrt{F(x)}=2\sqrt{x-1}$.

Exercice n°3 : *(4 pts)*

Soit ABC un triangle et I le milieu de $[BC]$. Δ est parallèle à (AI) passant par B.

Soit t la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

1) Déterminer l'image de la droite (AI) par t.
2) La parallèle à (AB) passant par C coupe (AI) en L et la droite Δ en K.
   $a/$ Montrer que : $t(C) = L$.
   $b/$ Déterminer en justifiant l'image de L par t.
3) Le cercle $\mathscr{C}$ de diamètre $[AC]$ recoupe (AB) en M et Le cercle $\mathscr{C}'$ de diamètre $[BL]$ recoupe (AB) en N.
   Montrer que $t(M) = N$.

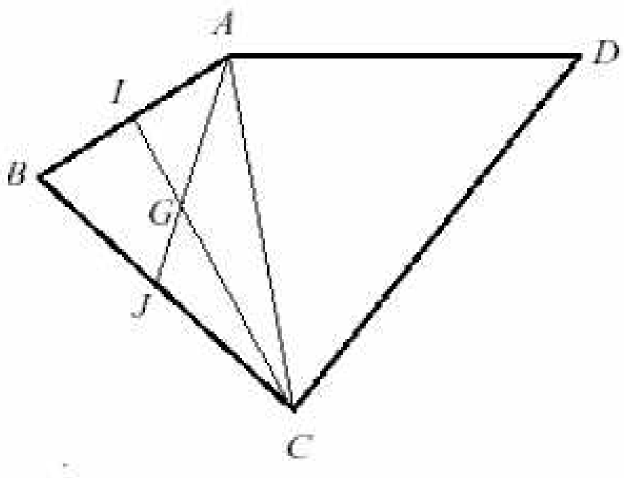
Exercice n°4 : *(6 pts)*

Soit $ABCD$ un quadrilatère, G est le centre de gravité du triangle ABC, I et J sont les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[BC]$.

1) Soit L le barycentre des points pondérés $(A, 1)$, $(D, 3)$, et K le barycentre des points pondérés $(C, 1)$, $(D, 3)$.

Construire L et K.

2) Soit H le point défini par : $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} + 3\overrightarrow{HD} = \vec{0}$.
   $a/$ Montrer que H est le barycentre des points pondérés $(I, 1)$, $(K, 2)$.
   $b/$ Montrer que les points J, H et L sont alignés.
   $c/$ Construire alors le point H. Justifier.
3) Montrer que les droites (IK), (JL) et (GD) sont concourantes.
4) Déterminer et construire l'ensemble $\mathscr{C}$ des points M du plan vérifiant :
   $\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}\|$.



Bonne chance