

DEVOIR DE SYNTHÈSE N°1EXERCICE N°1 : 3,5 POINTS

Pour chacune des propositions suivantes répondre par vrai ou faux en justifiant la réponse.

1) Dans une base orthonormée (\vec{i}, \vec{j}) du plan on donne $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ et $\vec{v} = x'\vec{i} + y'\vec{j}$ ou x, y, x' et y' sont des réels. Si $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\|$ alors $\vec{u} + \vec{v}$ est orthogonal à $\vec{u} - \vec{v}$.

2) Si P et Q sont deux polynômes de même degré n alors P+Q est un polynôme de degré n.

3) Soit le polynôme P défini par $p(x) = x^4 + 4$

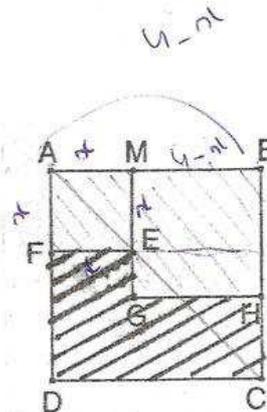
a) P n'admet pas de racines dans IR.

b) P est factorisable par $(x^2 - 2x + 2)$.

EXERCICE N°2 : 3 POINTS

Dans la figure ci-contre ABCD est un carré de côté 4.

M un point de [AB] distinct de A et B. AMEF et BMGH sont des carrés, on pose $AM = x$. On désigne par $a(x)$ la somme des aires de AMEF et BMGH et \mathcal{A} l'aire de ABC.



1) Montrer que $a(x) = 2x^2 - 8x + 16$.

2) Trouver x pour que $a(x) = \frac{3}{2} \mathcal{A}$.

3) Pour quelle valeur de x l'aire de la partie hachurée est maximale.

EXERCICE N°3 : 4,5 POINTS

Soit le polynôme P défini par $p(x) = -x^4 - 7x^3 - 12x^2 + 4x + 16$.

1) Vérifier que 1 et (-2) sont deux racines de p.

2) Factoriser alors p(x).

3) Résoudre dans IR l'équation $p(x) = 0$.

4) a) Résoudre dans IR l'inéquation $p(x) < 0$

b) En déduire que pour tout entier naturel n non nul on a : $\frac{n^2 + 7n + 12}{4} \geq \frac{n+4}{2}$