

Exercice n°1 : (3 points)

Choisir la seule bonne réponse sans justification.

1) L'ensemble des solutions de l'inéquation : $x^2 - x + \frac{1}{4} \leq 0$ est :

a) ϕ	b) $\left\{ \frac{1}{2} \right\}$	c) $]-\infty, \frac{1}{2}[\cup]\frac{1}{2}, +\infty[$	IR
-----------	-----------------------------------	---	----

2) Soit G le barycentre des points pondérés (A,1) et (B,2). alors l'ensemble des points M vérifiant :

$$\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}\| = 0 \text{ est :}$$

a) Le cercle de centre G et de rayon 3	b) la médiatrice de [AB]	c) $\{G\}$
--	--------------------------	------------

3) Soit ABC un triangle et I et J les milieux respectifs de [AB] et [AC] et soit t la translation de vecteur \overrightarrow{CB} alors l'image de la droite (IJ) par t est :

a) (BC)	b) La droite passant par A et parallèle à (IJ)	c) (IJ)
---------	--	---------

Exercice n°2 : (4 points)

Soit l'équation (E) : $x^2 - (\sqrt{2} - 1)x - \sqrt{2} = 0$.

1) a) Sans calculer le discriminant Δ Justifier que (E) admet deux solutions distincts x_1 et x_2 .

b) Sans calculer x_1 et x_2 . Calculer $A = x_1^2 + x_2^2$ et $\frac{1}{x_1 - 1} + \frac{1}{x_2 - 1}$

1) a) Calculer $(\sqrt{2} + 1)^2$.

b) Résoudre dans IR l'équation (E).

c) En déduire les solutions du système
$$\begin{cases} x + y = \sqrt{2} - 1 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{\sqrt{2} - 2}{2} \end{cases}$$

Exercice n°3 : (5points)

Soit les expressions $A(x) = -2x^2 + 7x - 3$ et $B(x) = x^2 - 4x + 3$

1) a) Résoudre dans IR l'équation $B(x) = 0$ puis factoriser $B(x)$.

b) En déduire que : $(2x^2 + x)^2 - 4(2x^2 + x) + 3 = (2x^2 + x - 1)(2x^2 + x - 3)$

c) Résoudre dans IR : $(2x^2 + x)^2 - 4(2x^2 + x) + 3 \leq 0$

2) Résoudre dans IR l'équation $\frac{A(x)}{B(x)} = 0$ puis $\frac{A(x)}{B(x)} \geq 0$.

Exercice n°4 : (8 points)

Soit ABE un triangle équilatérale et (C) le cercle de centre B et passant par E .

1) Soit G le barycentre des points pondérés (A,2),(B,-1) et (E,1).

a) Montrer que: $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BE}$.

b) Construire le point G.

2) Soit l'application : $t : P \longrightarrow P$

$$M \longrightarrow M' \text{ tel que : } \overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}$$

a) Montrer que T est une translation de vecteur \overrightarrow{BA} .

b) Déterminer et construire (C') image du cercle C par t.

3) La droite (AG) coupe (C') en E' et F tel que $E' \in [AG]$.

a) Déterminer t(BE) .

b) En déduire que $E' = t(E)$ et que G est le milieu de $[AE']$.

c) Montrer que AEE' est un triangle équilatérale.

d) En déduire que (EG) est tangente à (C) en E.

3)a) Construire le point $G' = t(G)$.

b) En déduire que (G' E') est tangente à (C') en E'.

4) La droite (AB) recoupe (C') en A' et la droite (AE) recoupe (C') en K.

a) Montrer que $t(A) = A'$.

b) Montrer que : $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{A'K}$.

c) En déduire que $t(F) = K$.