

EXERCICE I (4points) VRAI ou FAUX ? (en justifiant)

- 1) P est polynome tel que pour tout réel x , $P(-x) = P(x)$. Si α est une racine de P , alors $-\alpha$ est aussi racine de P .
- 2) n est un entier naturel supérieur ou égal à 2, $(x + 1)^{2n} - x^{2n} - 2x - 1$ se factorise par $x(x + 1)(2x + 1)$
- 3) Deux polynomes qui ont exactement les memes racines sont égaux
- 4) L ' equation $x^3 + x - 2 = 0$ admet trois solutions réelles

EXERCICE II (3points) trouver la bonne réponse en justifiant

$$x^2 = (\sqrt{3} - 2)x - \frac{\sqrt{3}}{4}$$

- n'a aucune solution
- a une unique solution
- a deux solutions distinctes

(2)

$$\frac{-x^2 + x - 1}{2x^2 - x} \geq 0$$

- $S =]-\infty; 0[\cup]\frac{1}{2}; \infty[$
- $S =]0; \frac{1}{2}[$
- $S = \emptyset$

EXERCICE III (5 points)

On donne un rectangle ABCD du plan dont les cotés $AB = a$ et $BC = b$. Pour m réel non nul , on note G_m le barycentre du système de points pondérés $\{ (A , m) ; (B , - 1) ; (C , 1) \}$

1) Placer les points G_1 , G_2 et G_{-2}

2) -a- Montrer que les points G_m appartiennent à la droite (AD)

-b- Lorsque m décrit \mathbb{R} , l' ensemble des points G_m est - il la droite (AD) ?

3) - a- Quel est l' ensemble (E) des points M du plan tels que :

$$\| \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

-b- Construire (E)

4) Est-ce que l' aire du triangle G_mBC dépend de m ?

EXERCICE IV (4 points)

Soit P le polynôme défini sur \mathbb{R} par :

$$P(x) = x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 14x + 24$$

On cherche à factoriser P .

1. Calculer $P(- 3)$.

2. Déterminer les réels a , b , c et d tels que pour tout réel x : $P(x) = (x + 3)(ax^3 + bx^2 + cx + d)$

3. Soit Q le polynôme défini sur \mathbb{R} par : $Q(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$. Calculer $Q(4)$.

4. En déduire une factorisation du polynôme Q .

5. En déduire finalement la forme la plus factorisée possible du polynôme P .

EXERCICEIV (4 points)

Soit ABC un triangle isocèle en A tel que $BC = 3$ et $AC = 2$.

Soit (C) et (C') deux cercles isométriques de rayon $r = 2$ et de centres respectifs C et B les cercles (C) et (C') sont sécants en A et D

1) Soit l' application f de P dans P qui au point M associe le point M' tel que : $\overrightarrow{AM'} = \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM}$. Montrer que f est une translation de vecteur \overrightarrow{CB}

2) Construire les points E et F définie par $E = t_{\overrightarrow{CB}}(A)$ et $D = t_{\overrightarrow{CB}}(F)$

3) Vérifier que $(C') = t_{\overline{CB}}(C)$ et que $E \in (C')$

4) La droite parallèle à (AD) passant par E recoupe le cercle (C') en K .

a-) Déterminer $t_{\overline{CB}}(AD)$

b-) Montrer que $t_{\overline{CB}}(D) = K$

c-) En déduire que D est le milieu de $[KF]$